هو الله تعالی شأنه

فهرست رسالهٔ مخروط و استوانه — صفحات

مقدمه در حدود ۶

مقاله اول در سطوح مخروطات و قطعات مخروطات ۹

شکل اول در استعلام سطوح مخروطات ۹

شکل دوم در استعلام سطح قطعه از مخروط مستدیر قائم ۱۴

شکل سوم در مساحت سطح مخروط مضلع ۱۸

شکل چهارم در مساحت سطح بدن مخروط ناقص ۲۰

شکل پنجم در نسبت سطح مخروط محاط در قطعه ۲۴
نصف بیضی محیط بسطح قطعه نصف بیضی محیط و سطح
مخروط محاط در نصف کره محیطه بسطح نصف کره محیطه

صفحات

شکل ششم در تبدیل و تحویل سطح معلوم از مخروط را ۲۶
بسطحی که از ضرب نصف محیط قاعده در ارتفاع حاصل شود ۲۷

شکل هفتم در رسم نمودن قطعه قائمه از مخروط مفروض ۲۷
که سطحش مساوی قطعه مائله مفروضه از مخروط با آن باشد

مقاله دوم در استعلام حجم مخروطات ۳۲
و قطعات مختلفه از مخروطات

شکل اول در استعلام حجم مخروط مستدیر ۳۲
یا مضلع قائم یا مائل

شکل دوم در نسبت حجم مخروط محاط در نصف بیضی ۳۴
بحجم نصف بیضی محیطه و نسبت حجم مخروط محاط
در نصف کره محیطه بحجم نصف کره محیطه‌اش

صفحات

شکل سوم حجم هر مخروط مستدیر قائم مفروض مساوی ۳۷
حجم مخروطی است که قاعده‌اش مساوی سطح این
آن مخروط مفروض منهای نسبت [illegible] ضلعش بر ارتفاع
وارتفاعش مساوی نصف قطر قاعده مخروط مفروض

شکل چهارم در بیان آنکه دو قطعه قائمه و مائله ۴۳
از مخروط مستدیر قائم که از دوران دو مثلث متساوی
حول محوری از سهم مخروط حادث شوند متساوی
السطحین و متساوی الحجمین میباشند و سطح قاعده
قطعه مائله مفروضه معادل سطح بیضی است که قطر اطول
و اقصری که یکی از آنها قطر اطول قاعده است و قطر دیگر
قطریکه بر منتصف آن قطر تقاطع بر زوایای قائمه نموده باشد

صفحات
و مسئله‌اش صفحات ۴۴ و ۴۸ و ۷۱ و ۷۶ و ۸۲ و ۸۶ و ۹۳ و ۹۶

شکل پنجم در استعلام حجم قطعه مائله از مخروط مستدیر قائم ۱۰۰

شکل ششم اعاده شکل چهارم از فرض نمودن قطعه ۱۰۲
مائله مفروضه را بانواع مختلفه ۱۰۲

مقاله سوم در اعمال مرکبه از سطوح و احجام مخروطات ۱۱۴
و اسطوانه و قطعات مخروط و اسطوانه و نسبت آن بیکدیگر

شکل اول نسبت سطح بدن مخروط مستدیر قائم مفروض ۱۱۴
بسطح قاعده مخروط قائم یا مائل مساوی حجمش مثل
نسبت ارتفاع این مخروط مطلق است بخطی که از مرکز
قاعده آن مخروط مستدیر قائم مفروض عمود شود بر ضلعش ۱۱۴
[illegible]

شکل دوم دو مخروط مستدیر قائم و مائل با ارتفاع

و قاعده متساویه که نسبت سطح بدن مخروط قائم بسطح
بدن مخروط مایل مثل نسبت مجموع دو نسبت دو خطی است
که از مرکز قاعده مخروط مایل بدو ضلع اطول و اقصرش
عمود شود بدو نظیرش از مخروط قائم و همچنین نسبت سطح
مخروط مایل بسطح بدن مخروط قائم مثل مجموع دو نسبت دو خطی است
که از مرکز قاعده مخروط قائم بدو ضلعش عمود شود بنظیرش از
مخروط مایل

شکل سوم در رسم نمودن مخروطی بر قاعده مفروضه
که حجمش مساوی مخروط مفروض باشد — ۱۳۲

شکل چهارم در استعلام سطح بدن استوانه مستدیره قائمه — ۱۳۴

شکل پنجم در استعلام سطح استوانه مستدیره مایله — ۱۳۶

صفحات

نسبت سطحش بسطح استوانه مستدیره قائمه که بارتفاع
و قاعده متساویه باشند

شکل ششم در مساحت استوانه مضلعه — ۱۳۹

شکل هفتم در مساحت سطح قطعه مایله از استوانه
مستدیره قائمه — ۱۴۰

شکل هشتم در مساحت سطح قطعه مایله از
استوانه مستدیره مایله — ۱۴۲

شکل نهم در مساحت حجم استوانه مستدیره یا مضلعه قائمه یا مایله — ۱۴۷

شکل دهم در برهان تساوی حجم دو قطعه متساوی القطعتین
از استوانه مستدیره قائمه و تساوی حجم دو قطعه متماثلی
القطعتین از استوانه مستدیره مایله

صفحات

شکل یازدهم در استخراج حجم قطعهٔ مائله از ۱۵۰
اسطوانه از مخروط مستدیر مائل

شکل دوازدهم در استعلام حجم قطعهٔ مائله ۱۵۴
از مخروط مستدیر مائل باختلاف وقوع ۱۵۴

شکل سیزدهم در برهان تساوی حجم دو قطعهٔ ۱۶۲
مفروضه از مخروط مستدیر مائلی که از دوران
دو مثلث متساوی حول محوری از سهم آن مخروط
حادث شود

شکل چهاردهم قطعاتی که از دوران مثلثات متساویه ۱۶۶
حول محوری از سهم مخروط قائم حادث شود حجمشان متساوی
و قطعاتی که از مثلثات متساویه حول محوری از سهم

مخروط مائل

مخروط مائل حادث شود حجمشان متساوی میباشد
و در صورت تساوی حجم دو مخروط مستدیر قائم
و مائل مفروض حجم جمیع آن قطعات متساوی است

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله رب العالمين والصلوة والسلام على اشرف الانبياء
محمد صلى الله عليه وآله الاصفياء وبعد چون رسم مجسمات
مساوی اضعاف یا ابعاض مجسم مفروض موقوف بتحصیل دو خط
وسط بین دو خط معلوم است که هر چهار خط متناسب و
متوالی باشند وبعضی از متقدمین بجهة رسم مکعب مساوی
ضعف مکعب مفروض تحصیل دو خط وسط متناسب مطلوب را
باعانت مسطره که مسطره را مماس نقطه مفروضه و واقع
بر دو خط مفروض نموده و در حالت تماس مسطره بنقطه مفروضه

مسطره ۱۰

مسطره را متحرک سازند مادامیکه دو خط خارج از نقطه
مفروضه دیگر بموقع التقای مسطره بدو خط مزبور مساوی شود
بعد از تساوی این دو خط خارج اقامه برهان بر تحصیل دو
خط وسط متناسب متوالی نمایند وچنانچه در اشکال
هندسی بالفرض رسم مخمس در دایره وغیره اگرچه تکرار
عمل میتوان چنان نمود که محسوساً مخمس در دایره نماید
ولیکن تا باشکال و براهین هندسی ترسیم و مبرهن نشود
حکم بر مخمس بودن حقیقی در دایره نمیتوان کرد و آن تکرار
عمل خارج از اشکال و براهین هندسی در رسم آن مخمس است
همچنین متحرک نمودن مسطره را بحالت مفروضه مزبوره
مادامیکه دو خط موهوم خارج از نقطه مفروضه متساوی شود

و در صورت تساوی این دو خط تحصیل دو خط وسط مطلوب
نماید از اشکال و براهین هندسی خارج است
و فخر المحققین خواجه نصیر الدین اعلی الله مقامه در شکل یازدهم
از مقاله دوازدهم اصول توضیح برهان نسبت کره بکره را
که بنسبت قطرهاست بقطر مثلثه وعده بآخر کتاب و در آخر کتاب
تحصیل دو خط وسط متناسب متوالی را از رسم نمودن
قطع زاید و حواله بکتاب قطوع مخروطات ابلونیوس فرموده
در تساوی دو خط مفروض و بعد از تساوی دو خط مفروض
تحصیل دو خط وسط متناسب متوالی باشکال اصول برهن
فرموده و از بابت متروک بودن قطوع مخروطات
در این ازمنه چنان است که آن کتاب معقود است

این ذره بمقدار

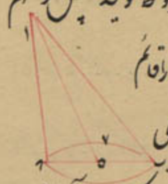
این ذره بمقدار بن حسینعلی حیدرقلی بیات نیشابوری مدتی
در این فکر و خیال بود تا بتوفیق و عنایت الهی اعانت
مسطره و بدون تحصیل کتاب قطوع مخروطات ابلونیوس
برسم نمودن دایره که مرکزش را باشکال هندسی معلوم
و دو خط وسط متناسب مطلوب را حاصل نمود و رساله در
تحصیل دو خط متناسب بین دو خط بتوالی اربعه و رسم
مجسمات متشابهه بنسبت مقدارها با براهین تألیف نمود
و از اینکه رسم مجسمات مساوی یا اضعاف یا انعاض
مجسم مفروض علاوه بر تحصیل دو خط وسط مزبور موقوف
باستعلام حجم مجسم مفروض است رساله در اشکال
بعضی قطعات آن بفکر ناقص خود تألیف نمود

وجملی از اسطوانه و کره و مخروط و قطعات کره سطحاً و حجماً و اسطوانه
در آن رساله اشاره نموده ولی مفصلاً از انواع مخروطات و اسطوانات
و قطعات و مجسمات از مخروطات و اسطوانه نوشته بود
لهذا این رساله را که شامل است بر استعلام سطح
و حجم انواع مخروطات و قطعات و مجسمات از مخروطات و اسطوانات
با براهین بقلم تحریر درآورد و پسندیده خواهد بود هرگاه
در حضور مهر ظهور مبارک حضرت اجل اشرف ارفع امجد
اکرم افخم اعظم آصف الدوله العلیه العالیه مدظله العالی
فرمان فرمای مملکت خراسان و سیستان و متولی باشی آستانه
مقدسه عرش درجه ثامن الائمه علیه و علیهم آلاف التحیه
بشرف قبول مشرف گردد امید سهو و نسیانی که
مشهود نظر مبارک

مشهود نظر مبارک گردد بمرحمت عفو مقرر فرمایند
رساله مشتملست بر مقدمه و سه مقاله **مقدمه** مخروط مستدیر
جسمی است که احاطه کند آنرا یک سطح مستوی و یک سطح
مستدیر چنانچه سطح مستدیرش منتهی بنقطه شده باشد
سطح مستوی را قاعده و سطح غیر مستوی را سطح بدن



مخروط و نقطه را راس و خط واصل بین راس
و محیط قاعده را ضلع و خط واصل بین
راس و مرکز قاعده را سهم مخروط گویند پس اگر سهم مخروط



عمود بر قاعده اش باشد مخروط را قائم
والا مائل گویند و چون سطح مستوی
بدو ضلع مخروط بگذرد و قطعه از مخروط را جدا کند آنچه در جانب



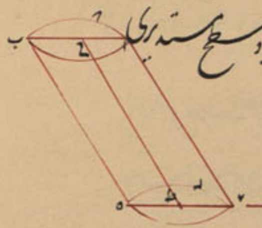
راس مخروط باشد قطعه وآنچه در جانب قاعده
مخروط باشد مخروط ناقص گویند
پس اگر قاعدهٔ قطعه موازی قاعده مخروط
باشد قطعه را قائمه والا مائله گویند واما مخروط مضلع
جسمی است که احاطه کند سطح کثیر الاضلاعی وسطوح مثلثات
بعدد اضلاع آن کثیر الاضلاع چنانچه راس مثلثات نقطه
واحده باشد آن سطح کثیر الاضلاع را قاعده ومثلثات را
اضلاع ونقطه را راس مخروط گویند واگر قاعده اش کثیر
الاضلاع منتظم یعنی اضلاع وزوایای قاعده متساوی باشند
وعمودیکه از راس بقاعده فرود آید بمرکز قاعده واقع شود
هرم ومخروط مضلع قائم گویند ومثلث القاعده ومربع القاعده

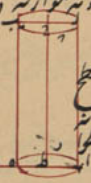
ومخمس القاعده



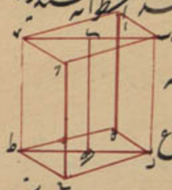


ومخمس القاعده وغیرها گویند هرگاه قاعده اش
مثلث یا مربع یا مخمس وغیرها بعدد اضلاع
قاعده اش استوانه مستدیره جسمی است که احاطه
کند آنرا سطح دو دایره متساویه متوازیه وسطح مستدیری



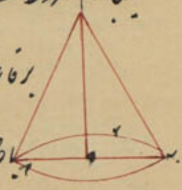


دو دایره را قاعده وسطح
مستدیر را سطح بدن استوانه
وخط واصل بین دو مرکز دو قاعده را سهم گویند واگر
سهمش عمود بر قاعده استوانه باشد استوانه مستدیره



قائمه والا مائله گویند واستوانه مضلعه
جسمیست که احاطه کند دو سطح کثیر الاضلاع
متشابه متساوی متوازی وسطوح مستطیل متوازی الاضلاع

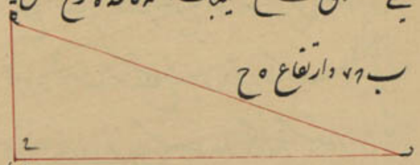
بعد اضلاع قاعده که پس اگر آن متوازی الاضلاعات
محیطیه قائم الزوایا باشند اسطوانه مضلعه قائمه و مکعب
مستطیل گویند و الا مائله **مقاله اول** در استعلام سطوحات
شکل اول سطح مخروط مستدیر قائم مساوی است
با حاصل ضرب نصف محیط دایره قاعده اش در ضلع مخروط
(یعنی در خط واصل بین رأس و محیط قاعده مخروط) یا
بالعکس یعنی حاصل ضرب محیط قاعده در نصف ضلعش **مثال**
میباشد مخروط مستدیر قائم ا ب ح د یعنی سهم او عمود د
بر قاعده ب ح د سطح بدنش مساوی است



با حاصل ضرب نصف محیط ب ح د در
در ضلع ا ب یا حاصل ضرب محیط ب ح د در نصف ضلع ا ب.

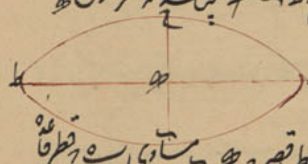
برهان

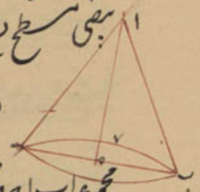
برهان شکل نهم از کتاب بنی موسی و تقضیه هشتم
از مقاله هشتم کتاب هندسه تألیف جناب حاجی نجم الملک
معلم علوم ریاضی در مدرسه مبارکه نظامیه دار الفنون دار الخلافه
طهران که سطح بدن مخروط مستدیر قائم مساوی است
با حاصل ضرب قاعده ه در نصف ضلع خود **نتیجه** اول
سطح بدن مخروط مستدیر قائم مساوی مثلثی میباشد که
که قاعده اش مساوی محیط قاعده ه و ارتفاعش مساوی ضلع مخروط
یعنی مساوی مثلث ه د ح میباشد که قاعده ه د ح مساوی محیط
ب ح د و ارتفاع ه ح



مساوی ضلع ا ب باشد **نتیجه** دوم سطح بدن مخروط مستدیر قائم

بشکل چهارم از مقاله اول رساله تنصیفی مساوی سطح
بیضی است سطح میباشد که از دو قطر اطول و اقصر آن قطر اطول
مساوی مجموع دو ضلع مخروط بیضی مساوی ضعف خط واصل بین
راس و محیط قاعده و قطر اقصرش مساوی قطر قاعده
ذی قطع سطح بدن مخروط مستدیر قائم اب ج مساوی سطح
بیضی است سطح د ح ط ه ج ه میباشد که قطر اطول د ط





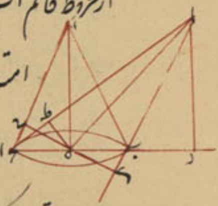
مجموع اب اج و قطر اقصر ح ه مساوی ب ج قطر قاعده
مخروط و مساحت سطح بدن مخروط مستدیر مایل حاصل
میشود از ضرب نمودن سطح بدن مخروط مستدیر قائم تقاطع
وارتفاع مخروط مفروض مایل در عمود دی از مرکز قاعده اش تقاطعش

عمود شود و قسم

عمود شود و قسمت نمودن نصف حاصل ضرب را بر یک
دو عمود که از مرکز قاعده مخروط مایل که بر دو ضلعش که یکی اطول
خطوط واصله بین راس و محیط قاعده و عمود دیگر اقصر خطوط
واصله باشد و مجموع دو خارج قسمت مساوی سطح
بدن مخروط مستدیر مایل مفروض است مثال میباشد



مخروط مستدیر مایل اب ج د
و مرکز قاعده اش ه و مطلوب است
سطح بدنش عمود ه ا بر قطر ب ج بشکل یب از مقاله اولی
اصول رسم و ه ب را امتداد بجانب د داده عمود ا د
بشکل یا از همان مقاله رسم و ه آ مساوی اد جدا و اب
و آ ج را وصل مینمائیم و بهمین شکل یا عمود ه ح بر ضلع اج

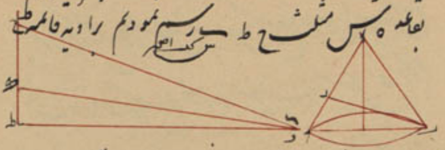
از مخروط قائم اب ه ح ر رسم و ضلع اب از مخروط مایل را
امتداد داده دو عمود ه ط ه ی بر دو ضلع

اه اب از مخروط مایل رسم می‌نمائیم
پس بطریق مذکور در اول شکل سطح مخروط قائم اب ح
را معلوم نموده در عمود ه ح ضرب و نصف حاصل ضرب
بر عمود ه ط و نصف دیگر را بر عمود ه ی قسمت می‌نمائیم
مجموع هر دو خارج قسمت مساوی سطح بدن مخروط مستدیر
مایل اب ح مفروض است یا آنکه نصف محیط قاعده
ب ح ر را در نصف مجموع دو ضلع اب و اه از مخروط مایل
ضرب می‌نمائیم حاصل ضرب مساوی سطح بدن مخروط
مایل مفروض است برهان هر دو طریق رجوع کنید

شکل دوم از مقاله

شکل دوم از مقاله سوم شکل دوم در استعلام سطح قطعه
مفروضه اب ح ر از مخروط قائم ا ح ه اگر قطعه مفروضه

قائمه است استعلام شکل متقدم در استعلام
سطح مخروط قائم بسبب آنکه قطعه قائمه
مخروط قائم است (بسیط اب) و اگر مایله است یعنی قطعه اب د مایله
نسبت سطح قطعه اب د مایله بسطح قطعه اب ح قائمه
مثل نسبت ضلع اد است بضلع اه پس شکل یو از مقاله سادسه
اصول که سطح وسطین مساوی سطح طرفین است سطح قطعه
اب ح قائمه یعنی سطح مخروط صغیر اب ح را بشکل متقدم معلوم
نموده در ضلع اد ضرب و حاصل ضرب را بر ضلع اه قسمت می‌نمائیم
خارج قسمت سطح قطعه اب د مایله است یا آنکه نصف محیط

دایره بقطر مساوی ب ج را در ضلع ا د ضرب نموده حاصل ضرب
مساوی سطح اب د مائله است برهان بنتیجه شکل متقدم
سطح قطعه اب ج قائمه یعنی سطح مخروط اضعاف اب مساوی
مثلثی میباشد که قاعده اش مساوی محیط قاعده قطعه اب ج
یعنی محیط دایره بقطر ب ج و ارتفاعش مساوی ا ه یا بالعکس قاعده اش
ا ه و ارتفاعش ب ج و بشکل اول از مقاله سادسه اصول
نسبت سطح مثلث بسطح مثلث با ارتفاع واحد مثل نسبت قاعده است
بقاعده اش مثلث ح ط ک را رسم نمودیم زاویه قائمه ط



که ضلع ط ک مساوی ا ه و قاعده ط ح مساوی محیط قطر ب ج
و ح ه مساوی ا د جه ا ج ه را وصل ... نمودیم مثلث ح ه ک

یعنی ...

یعنی نسبت سطح قطعه اب د مائله بمثلث ح ط ک یعنی سطح قطعه اب ج قائمه
مثل نسبت ضلع ح ه یعنی ا د است بضلع ح ط یعنی ا ه و سطح
یعنی حاصل ضرب سطح مثلث ح ط ک در ح ه یعنی مضروب سطح قطعه
اب د در ا د مساوی سطح طرفین یعنی مساوی مضروب سطح
مثلث ح ه ک یعنی سطح مثلث اب د در ح ط یعنی ا ه مجهول
طرف اول است سطح وسطین یعنی مضروب سطح مثلث ح ه ک
در ح ه را طرف ثانی یعنی بر ح ط یعنی بر ا ه قسمت نمائیم خارج
سطح مثلث ح ه ک یعنی سطح قطعه مائله اب د است

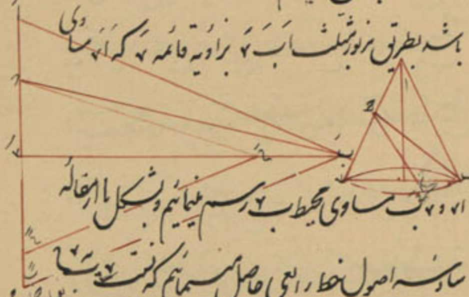


یا آنکه نصف مجموع دو ضلع اب ا د را
در نصف محیط دایره بنصف قطر مساوی عمود د م که ... یعنی عمود د م
که از محل تقاطع ب د بسهم ا ... خارج بضلع اب شود مساوی سطح قطعه

اب د باید اثبات برهان بشکل چهارم و ششم از مقاله دوم این رساله که

واگر مطلوب سطح مجسم ا ه ب ح از مخروط مستدیر ا ب ح

باشد بطریق مزبور مثلث ا ب ح بزاویه قائمه ح که ا ح مساوی



ا ه و ح ب مساوی محیط ب ح رسم میکنیم و بشکل یا از مقاله

سادسه اصول خط رابعی حاصل میکنیم که نسبت ح ب

بعد از اجزای محیط

مثل ه ب به ه ح یعنی بخط رابع باشد (یعنی ا ه را اخراج

و ه ک مساوی ه ب و ه ح مساوی ه ح جدا او ب ک

را وصل و خط ح ک بشکل لا از مقاله اولی اصول موازی ب ک

رسم و ا ه مساوی ا ه جدا و ح ه ب را وصل میکنیم

مجموع دو مثلث ا ب ح و ه ب ح مساوی سطح مجسم ا ه ب

ح میشود

میباشد و مثلث ه ب ح مساوی مجسم ا ه ب ح برهان بشکل یب

از مقاله سادسه اصول خط ه ب یعنی محیط قاعده مخروط ا ب ح

یعنی قاعده مثلث ا ب ح به ب ح نسبت ب ح تجزیه شده و نسبت

مثلث ه ب ح یعنی سطح مجسم ا ب به سطح ا ب ح یعنی

سطح مخروط ا ب ح مثل نسبت ارتفاع ه ح به ا ح یعنی

بارتفاع ا ح یعنی بضلع ا ح و همچنین نسبت مثلث ه ب ح

یعنی سطح مجسم ه ب ح بمثلث ا ه ح یعنی بسطح مجسم ا ه ح

مثل نسبت قاعده ه ب ح است بقاعده ا ح یعنی مثل نسبت

قاعده ب ح به ح پس مثلث ا ب ح که مساوی سطح مخروط

ا ب ح میباشد مجموع سطح دو مثلث ا ب ح و ه ب ح

مساوی سطح مجسم ا ب ح میباشد شکل سوم

ساحت سطح مخروط مضلع قائم منتظم مساوی است با حاصل
ضرب محیط قاعده اش در نصف عمودی که از رأس مخروط
بر یکی از اضلاع محیط قاعده واقع شود یا بالعکس یعنی حاصل
ضرب نصف قاعده در آن عمود مثال میباشد

نیز مخروط مضلع منتظم نیز
اضلاع در ... قاعده است
مساوی ...

مخروط مضلع منتظم قائم ا ب ج د ه حاصل ضرب محیط
ب ج د ه در نصف عمود ا د یا حاصل ضرب نصف



محیط ب ج د ه در عمود ا د برهان سطح
بدن مخروط مفروض ا ب ج د ه مجموع مثلثات محیط با آن
مخروط است و هرگاه مجموع محیط قاعده مخروط مفروض بعد اضلاع
تجزیه شود نتیجه شکل اول از این مقاله و شکل اول از مقاله
سیم اصول بضرب محیط قاعده یعنی بضرب جمیع اضلاع

قاعده ب ج د ه

ب ج د ه در نصف عمود ا د مساوی مجموع مثلثات ا ب ج
ا ج د ا د ه ا ه ب است و هرگاه مخروط مضلع غیر منتظم باشد
سطح هر یک از مثلثات محیط مخروط را معلوم نموده سطح مجموع
مثلثات سطح بدن مخروط است و اما سطح مخروط مضلع
مایل و سطح قطعه مضلعه مایله بطریق ساحت سطح مخروط مضلع
غیر منتظم است شکل چهارم در استعلام سطح بدن مخروط ناقص
مستدیر قائم مساوی است با حاصل ضرب نصف مجموع
دو محیط قاعده اعلی و اسفل در خط واصل بین اطراف دو قطر
متوازی از دو قاعده مثال میباشد



مخروط ناقص مستدیر قائم ا ب ج د ه
و دو قطر ا ب ج د متوازی حاصل ضرب نصف مجموع دو محیط

دایره

دائره بقطر مساوی ب ج و دائره بقطر د ه در خط اح مساوی است
با سطح بدن مخروط ناقص مستدیر اب د ج برهان
در شکل یازدهم از کتاب بنی موسی مبین شده که سطح
هر قطعه از مخروط مستدیر قائم در مابین دو دائره متوازیه
و بین اطراف دو قطر متوازی از این دو دائره بدو خط وصل شود
مضروب یکی از این دو خط در نصف مجموع دو محیط این دو
دائره مساوی سطح بدن قطعه بین دو دائره یعنی بدن
مخروط ناقص است و در مسئله شکل چهارم از مقاله نیز مبین است



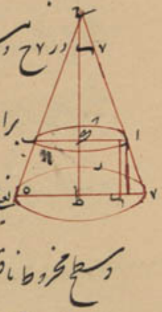
یا آنکه مخروط را اتمام نموده تا مخروط
ح اب ح ه د حادث شود و سطح
مخروط ح اب را اصغر از سطح مخروط ح ه د ر

نقصان نموده

نقصان نموده باقی سطح مخروط ناقص اب د ه می باشد
و ضلع مخروط تام را بطریق معلوم توان کرد که فضل محیط دایره
ه د را بر محیط دائره ب ج معلوم نموده یا فضل نصف قطر
د ط ه را بر نصف قطر ا ح ب معلوم نموده نصف قطر ه ط یعنی
د ط را در ضلع اد ضرب و حاصل را بر فضل مزبور قسمت نموده
خارج قسمت یعنی د ح ضلع مخروط تام است برهان عمود اح
بر قطر ه د رسم می نمائیم دو مثلث اد ح ح د ط بسبب تساوی
(ش ١٤ ص) دو زاویه قائمه ط ح و زاویه مشترکه د و دو زاویه خارجه و داخله
(ش ٢٩ ا ص) متقابله بین ا ح د ح ط یعنی تساوی زوایای نظایر بصدر مقاله ششم
اصول متشابه و اضلاع نظایر متناسبه (ش ٢ و ٦ ص) پس نسبت د ح یعنی فضل
نصف قطر د ط بر نصف قطر اح بضلع اد مثل نسبت نصف قطر ط ا

بضلع د ح

بضلع ب ح و شکل نود از مقاله سادسه اصول سطح وسطین یعنی
مضروب اب در ب د مساوی سطح طرفین یعنی مساوی مضروب
د در ب ح و سطح وسطین را بر ب د یعنی بر فضل نصف قطر ب ط
بر ا ه یعنی بر طرف اول قسمت نموده خارج قسمت ضلع ح ب
یعنی طرف ثانی که مجهول است یعنی ضلع مخروط تام است



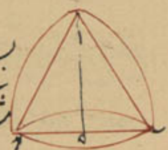
و سطح مخروط ناقص اب د ح فضل سطح مخروط تام است اعظم
و سطح مخروط ناقص ح ا د ح است بر مخروط صغیر اب ح
و اما استعلام سطح مخروط مضلع ناقص اگر مخروط مضلع منتظم قائم است
سطح یکی از ذوار بعه اضلاعات محیط بمخروط ناقص را معلوم نموده
در عدد اضلاعش ضرب نموده حاصل ضرب مساوی سطح بدن مخروط
ناقص مفروض است و هر گاه غیر منتظم یا مایل باشد هر یک از

ذوار بعه اضلاعات

ذوار بعه اضلاعات که محیط بمخروط را معلوم نموده مجموع سطوح
ذوار بعه اضلاعات سطح بدن مخروط ناقص مفروض است
یعنی هر یک از ذوار بعه اضلاعات را تقسیم بدو مثلث نموده
سطح مثلثات را بضرب کردن نصف قاعده در ارتفاع یا
بالعکس حاصل نمود شکل پنجم نسبت سطح مخروط مستدیر قائم
محاط در نصف کره یعنی بسطح نصف کره یعنی محیط مثل نسبت نصف ضلع
مخروط است بارتفاعش یعنی نسبت نصف خط واصل بین
راس و محیط قاعده مخروط محاط است بارتفاع مخروط. یعنی
بارتفاع قطعه نصف کره یعنی مثال میباشد مخروط مفروض
اب ح د محاط در قطعه نصف کره یعنی اب ح د

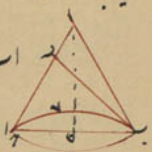


نسبت سطح بدن مخروط اب د ح



سطح بدن قطعهٔ نصف بیضی اب ج د
مثل نسبت نصف ضلع اب میباشد
بارتفاع اه برهان بشکل اول از مقاله که سطح بدن مخروط
اب ج د مساوی است با حاصل ضرب نصف محیط ب ج د
قاعده در ضلع اب و بشکل دوم از مقاله دوم رساله بیضی
سطح قطعهٔ نصف بیضی مساوی است با حاصل ضرب محیط ب ج د
در ارتفاع اه و بشکل یک از مقاله سابعه اصول نسبت دو مضروب
عددی در دو عدد مثل نسبت آن دو عدد است پس نسبت حاصل
ضرب محیط ب ج د در هر یک اب و اه مثل نسبت ضلع اب بارتفاع
اه میباشد و چون مضروب محیط ب ج د در اه مساوی سطح
قطعهٔ نصف بیضی است و مضروب نصف محیط ب ج د در نصف ضلع اب
مساوی سطح مخروط

مساوی سطح مخروط محاط اب پس نسبت سطح مخروط محاط
بسطح نصف بیضی محیط مثل نسبت نصف ضلع اب بارتفاع اه
یعنی سطح مخروط محاط مساوی نصف سطح بیضی محیط اب باضافه
نسبت فضل ضلع اب بر ارتفاع اه شکل ششم هر گاه سطحی از
مخروط یا سطح قطعه از مخروط معلوم باشد و بخواهیم سطحی
که از ضرب نمودن نصف محیط قاعده در ارتفاعش حاصل شود
معلوم نمائیم باید آن سطح را در ارتفاع مخروط ضرب نمود و حاصل ضرب را
بر ضلع مخروط قسمت کرد خارج قسمت مطلوب است مثال
میباشد مخروط اب ج د ارتفاعش اه و سطح مفروض معلوم
اب د برهان بشکل بیست و یکم از مقاله سابعه
اصول نسبت سطح معلوم بسطح مطلوب نسبت ضلع



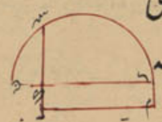
از

اب بت بارتفاع اه و شکل ید از مقاله دهٔ اصول سطح
طرفین یعنی مضروب سطح معلوم در ارتفاع اه مساوی مسطح
وسطین یعنی مضروب سطح مطلوب در ضلع اب مجهول
سطح مطلوب یعنی وسط اول بت پس مضروب سطح معلوم
در ارتفاع اه را که سطح طرفین بت بر ضلع اب که وسط
ثالث است قسمت نموده خارج قسمت وسط اول یعنی سطح
مطلوب است شکل هفتم قطعه مائله ابحد از مخروط اه مح
مثل میباشد و مطلوب است قطعه قائمه که سطح مساوی



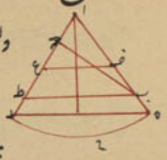
سطح قطعه مائله مفروضه ابحد باشد اط
مساوی اح هد ا و ب ط را وصل کردیم و شکل مه از مقاله
اولی اصول متوازی الاضلاع قائم الزوایای ح هلم
رسم نمودیم

رسم نمودیم که ضلع ح هو مساوی

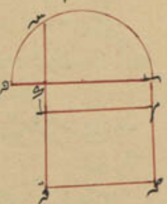


اط و ضلع هل مساوی اح باشد
و شکل ید از مقاله ثانیه اصول ضلع مربع مساوی متوازی
الاضلاع ح هلم رسم نمودیم یعنی ح هو را امتداد
داده هق مساوی هل جدا و بر حق نصف دائره
ح سق رسم و له را امتداد دادیم بر سه اع
مساوی سه جدا و ع ف موازی ب ط رسم نمودیم
سطح قطعه اع ف قائمه مساوی سطح قطعه ابح مائله
میباشد برهان شکل یا از مقاله سادسه اصول و شکل
دوم از مقاله نسبت سطح قطعه اب مائله بسطح اط
قائمه اع بسطح مخروط اصغر ابط مثل نسبت اح میباشد باط

بشکل ک از مقالهٔ سادسهٔ اصول نسبت مثلث ا ع ف بمثلث
ا ب ط مثل نسبت ا ع است به ا ط مثناة یعنی نسبت مربع ا ع
بمربع ا ط و هرگاه بر ا ط مربعی را رسم نمائیم نسبت سطح متوازی
الاضلاع ح ه ل م یعنی مربع ا ع بمربع ا ط یعنی مربع ضلع ح ه



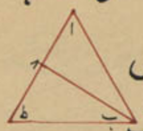
و بشکل ط از همان مقاله خط ا ع وسط است
بین ا ح و ا ط یعنی بین ه ل و ح ه یعنی
بین ه ه و ه ح و سطح طرفین یعنی متوازی الاضلاع
ح ه ل م مساوی مربع ه س یعنی هرگاه بر ضلع ح ه مربع



ح ص ه ق رسم شود نسبت سطح
ح ه ل م یعنی مربع ه س یعنی مربع ا ع
بمربع ح ص ه ق یعنی مربع ا ط مثل نسبت مثلث

ا ع ف بمثلث

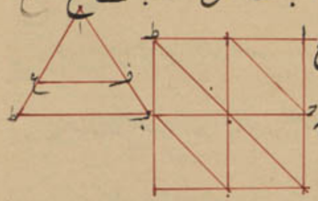
ا ع ف است بمثلث ا ب ط پس دو مثلث ا ع ف ا ب ج
س ع و ص
یعنی سطح قطعهٔ قائمهٔ ا ع ف و قطعهٔ مائلهٔ ا ب ح مساوی است
بجهة توضیح مثالی میآوریم بالفرض مثلث ا ب ط بخط ا ح
تنصیف شده و مطلوب است مثلثی مشابه مثلث مفروض ا ب ط
بنا بر آنکه مساوی نصف آن یعنی مساوی مثلث ا ب ح



باشد بشکل ک از مقالهٔ سادسهٔ اصول
نسبت مثلث مطلوب بمثلث مفروض نسبت
ضلع مثلث مطلوب است بنظیرش از مثلث مفروض مثناة
یعنی هر یک از ا ح ا ط را مقیاس واحد فرض کنیم مربع
ا ح چهار مربع بمقیاس واحد میشود و نصفش مساوی
دو مربع بضلع مقیاس واحد است و ضلع مربع مساوی مربع مساوی

نصف

نصف مربع اط قطر یکی از مربعات چهارگانه است که در وسط
پس از مقیاس واحد و اط بمقیاس دو یعنی سطح اه و دا
در اط یعنی در دو همان دو میشود و بشکل عروس ضلع مربع
مساوی قطر یکی از آن مربعات است و اع از اط و
اف از اب مساوی آن قطر جدا و عف را وصل نمودیم
نسبت مثلث اعف بمثلث ابط نسبت اع است به اط
مثناة یعنی مربع اع نصف مربع اط است یعنی مثلث اعف
نصف مثلث ابط یعنی مساوی مثلث ابه که سطح قطعه عف فاتحه
مساوی سطح
قطعه ابه
مائله است



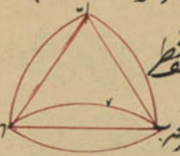
مقاله دوم در استعلام حجم مخروطات و قطعات مجسمات
از مخروطات شکل اول حجم مخروط مستدیر یا مضلع
قائم یا مایل مساوی است با حاصل ضرب ثلث قاعده
مخروط در ارتفاعش یا بالعکس یعنی با حاصل ضرب قاعده در
ثلث ارتفاعش میباشد مثال مخروط ابجد و
ارتفاعش عمود اه و قاعده اش دائره بجد حجمش
مساوی است با حاصل ضرب ثلث سطح دائره



بجد در ارتفاع اه برهان بشکل ط از
مقاله ثانیة عشر اصول مخروط مستدیر محاط در اسطوانه مستدیره
ثلث آن اسطوانه است و حجم اسطوانه مستدیره بقضیه اول
از مقاله هشتم کتاب هندسه تألیف جناب حاجی نجم الملک مساوی

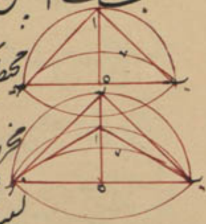
با حاصل ضرب سطح قاعده که در ارتفاع ت غ ش و در قضیه پنجم از همان مقاله
مبین شده که حجم مخروط مستدیر مساوی است با حاصل
ضرب سطح قاعده در ثلث ارتفاع پس حجم مخروط مستدیر
مطلقا مساوی است با حاصل ضرب سطح قاعده در ثلث
ارتفاع با حاصل ضرب ثلث سطح قاعده در ارتفاع
و اما حجم مخروط مضلع محاط در اسطوانه مضلعه فرض نموده اسطوانه را
تقسیم بمنشورات بشکل و از مقاله یازدهم اصول که حجم
هر منشور ثلثه مساوی مخروط قاعده و ارتفاع منشور است و قضیه
سیزدهم از مقاله ششم کتاب هندسه مزبور حجم هر منشور
مساوی است با حاصل ضرب قاعده در ارتفاع پس حجم هر
مخروط محاط در منشور مساوی است با حاصل ضرب قاعده در ثلث
ارتفاع

ارتفاع ت غ ش بالعکس و شکل یح از مقاله حادیه اصول که
جمیع منشورات یعنی حجم اسطوانه محیطیه مضلعه ثلثه مساوی
حجم جمیع مخروطات مضلعه محاطیه یعنی مساوی حجم مخروط مضلع
پس حجم مخروط مضلع مساوی است با حاصل ضرب ثلث قاعده
در ارتفاع غ ش شکل دوم حجم مخروط مستدیر ا ب ج



در صورت متساوی بودن نصف قطر
قاعده و ارتفاع غ ش محاط در قطعه
نصف بیضی مساوی نصف حجم آن قطعه است و در صورت
تساوی نصف قطر قاعده و ارتفاع غ ش مساوی نصف حجم
قطعه نصف کره محیطه است و در صورت اطول بودن
نصف قطر قاعده مخروط از ارتفاع غ ش نسبت حجم بحجم نصف کره

نصف قطر مساوی نصف قطر قاعده مخروط نسبت نصف ارتفاع
مخروط است بنصف قطر قاعده اش برهان شکل ششم
از مقاله دوم رساله یعنی نسبت حجم کره محاطه در اسطوانه
مستدیره که بحجم اسطوانه محیطه اش نسبت دو است بسه
و بهمان شکل نسبت بیضی محاط در اسطوانه بحجم اسطوانه مستدیره
محیطه اش نسبت دو است بسه و بشکل ط از مقاله ثانیه عشر
اصول نسبت حجم مخروط محاط بحجم اسطوانه مستدیره محیطه اش
نسبت ثلث است پس نسبت حجم نصف بیضی که بحجم اسطوانه
محیطه اش نسبت دو است بسه و نسبت حجم
مخروط محاط بحجم همان اسطوانه محیطه اش
نسبت ثلث است و حجم قطعه نصف بیضی



شکل مقدم از مقاله

شکل مقدم از مقاله دوم رساله یعنی مساوی حاصل ضرب
دو ثلث قاعده دایره بنصف قطر مساوی نصف قطر قصیر بیضی
در ارتفاع قطعه یعنی حاصل ضرب دو ثلث سطح قاعده نصف
بیضی در ارتفاع و حجم مخروط حاصل ضرب ثلث قاعده یعنی
ثلث سطح همان دایره در ارتفاع است پس حجم مخروط
محاط مساوی نصف حجم قطعه نصف بیضی محیط است و در این
شکل اختلاف وقوع است بسبب آنکه ارتفاع مخروط اگر اطول
از نصف قطر قاعده است چنانچه در شکل نموده شد و اگر
مساوی است مخروط محاط در قطعه نصف کره است بطریق
مذکور یعنی بهمان شکل مزبور حاصل ضرب دو ثلث سطح
قاعده در ارتفاع یعنی در نصف قطر کره مساوی حجم قطعه نصف کره است

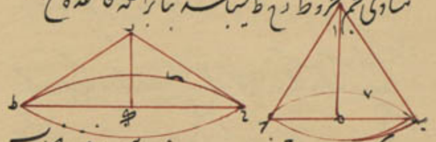
ثلث سطح همان قاعده در ارتفاع مخروط یعنی در نصف قطر کره
محیطه مساوی حجم مخروط است ا و اگر ارتفاع مخروط ا قصر از
نصف قطر کره است بمرکز ه و ببعد نصف قطر ه نصف دایره
ب د ح یعنی قطعه نصف کره محیطه د ب ح و نصف بیضی محاط
در کره فرض مینمائیم د ب د ح را و اهل نیز بطریق مزبور



نسبت حجم قطعه نصف بیضی محیطش نصف است ا و نسبت حجم
قطعه نصف کره محیطه اش بقاعده واحده نسبت نصف
ارتفاع ا ه میباشد بارتفاع ه د یعنی نصف قطر قاعده اش
چنانچه در این در این دو شکل نموده شده **شکل سوم**
حجم هر مخروط مستدیر مفروض قائم مساوی حجم مخروطی است که

که قاعده اش مساوی

که قاعده اش مساوی سطح مخروط مفروض منهای نسبت فصل ضلعش بارتفاعش
یا آنکه قاعده اش مساوی حاصل ضرب نصف محیط قاعده مخروط
مفروض در ارتفاعش و ارتفاعش مساوی نصف قطر قاعده مخروط
مفروض **مثلا** میباشد مخروط مفروض ا ب ح حجم این مخروط
مساوی حجم مخروط د ح ط میباشد بنا بر آنکه قاعده ح ط



مساوی سطح بدن مخروط ا ب ح منهای نسبت فصل ضلع ا ب
بر ارتفاع ا ه یعنی منهای نسبت فصل وتر زاویه قائمه محاطیه از نصف قطر
ب ه و ارتفاع ا ه یعنی سهم مخروط قائم یا مساوی حاصل ضرب
نصف محیط ب ح در ارتفاع ا ه و ارتفاع مخروط د ح ط یعنی
د ه مساوی نصف قطر ه یعنی مساوی نصف ب ه ح **برهان**

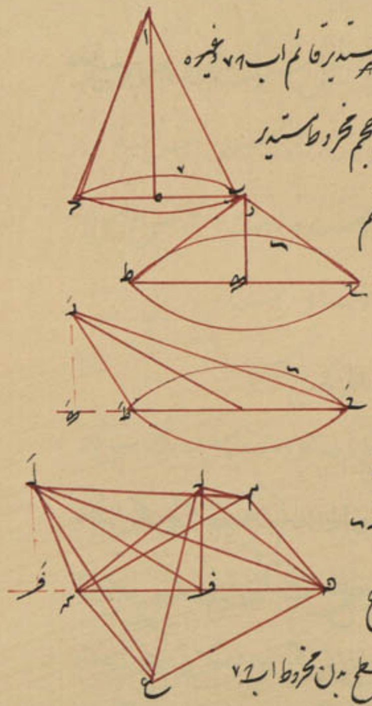
بشکل متقدم حجم قطعهٔ نصف کرهٔ یا نصف بیضی مساوی حاصل ضرب
دو ثلث سطح دائره قاعده است در ارتفاعش یعنی در نصف قطر کره
یا در نصف قطر اطول بیضی (یعنی در صورتیکه قاعدهٔ قطعهٔ نصف بیضی
مساوی قطر اقصرش باشد) و بشکل پنجم از مقالهٔ دوم رسالهٔ بیضی
حجم کره و حجم بیضی مساوی حجم مخروطی میباشد که قاعده اش
مساوی سطح کره یا سطح بیضی و ارتفاعش مساوی نصف قطر
آن کره یا مساوی نصف قطر اقصر آن بیضی باشد یعنی حجم قطعهٔ
نصف بیضی مساوی حجم مخروطی است که قاعده اش مساوی
سطح قطعهٔ نصف بیضی و ارتفاعش مساوی نصف قطر اقصر آن
بیضی و نصف بیضی که سطحش مساوی حاصل ضرب محیط در قطر اقصر است
در نصف قطر اطول که مساوی است با ضعف سطحی از مخروط که از

ضرب نصف همان

ضرب نصف همان مضروب یعنی نصف محیط همان قاعده
در همان ارتفاع حاصل شود یعنی مساوی است با ضعف سطح مخروط
محاط مفروض که بنسبت فضل ضلع مخروط مفروض بر ارتفاعش
نقصان شود و حجم نصف بیضی که مساوی حاصل ضرب دو ثلث
سطح همان قاعده است در ارتفاعش و حجم مخروط محاط در قطعهٔ
نصف بیضی مساوی حاصل ضرب ثلث همان قاعده است
در ارتفاعش پس حجم قطعهٔ نصف بیضی ضعف حجم مخروط
محاط است و بشکل ۵ از مقالهٔ ثانیه عشر و بشکل [illegible] از مقالهٔ
سابعهٔ اصول حجم دو مخروط با ارتفاع واحد بنسبت دو قاعده است پس حجم
مخروط مفروض محاط که مساوی نصف حجم نصف بیضی محاط است
مساوی حجم مخروطی است که قاعده اش مساوی حاصل ضرب نصف محیط قاعده

مخروط مفروض در ارتفاعش یعنی مساوی سطح بدن مخروط
مفروض منهای نسبت فضل ضلعش بر ارتفاعش وارتفاع این
مخروط مساوی نصف قطر قاعده مخروط مفروض باشد
پس حجم هر مخروط مستدیر قائم مفروض مساوی حجم مخروط مستدیر
یا مضلع قائم یا مائل میباشد که قاعده اش مساوی سطح بدن
آن مخروط مستدیر قائم منهای نسبت فضل ضلعش بر ارتفاعش
وارتفاع این مخروط مطلق مساوی نصف قطر آن مخروط
باشد یا قاعده این مخروط مساوی حاصل ضرب نصف محیط
قاعده آن مخروط مفروض در ارتفاعش وارتفاع این مخروط
مساوی نصف قطر قاعده آن مخروط مفروض باشد.

یعنی حجم هر مخروط

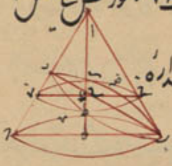


یعنی حجم هر مخروط مستدیر قائم اب ج د غیره
مساوی حجم مخروط مستدیر
مائل یا قائم
و ح ط ب
یا مخروط مضلع
ل م ه س ع
که قاعده ح ط ب
یا م ه س ع
مساوی سطح بدن مخروط اب ج د
منهای نسبت فضل ضلع اب بر ارتفاع اه
وارتفاعات د ه، ز ه، ف ه، ف مساوی نصف قطر.

باشد

شکل چهارم

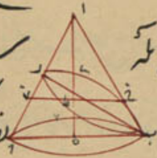
دو قطعهٔ قائمه و
مائله از مخروط مستدیر قائم که از دوران دو مثلث متساوی
که دو ضلع هر یک از آن دو مثلث در سطح بدن مخروط و راس به راس
راس مخروط باشد حول محوری از سهم مخروط حادث شود
متساوی الحجمین میباشند و سطح قاعدهٔ قطعهٔ مائله اش
سطح بیضی نسبت به سطح ا یعنی در صورتیکه در سطح قاعدهٔ
قطعهٔ مائله خط

قطعهٔ مائله خطی که از فصل مشترک سهم مخروط و قطر اطول قاعدهٔ
قطعه عمود بر قطر اطول شود عمود بر سهم نیز باشد مثال
می‌باشد مخروط مستدیر قائم اب ج ه و محورش نیز سهمش اه

و قطعهٔ اب د ط ی مائله از استدارهٔ
مثلث اب د حول محور اح از سهم اه
حادث شده و ح ط ی عمود است بر سهم اه و بر قطر ب ح د
و در سطح قاعدهٔ ب ط د ی واقع است و قطعهٔ قائمهٔ اخ ه ضه
از استدارهٔ مثلث اخ ه متساوی الساقین حول محور اط
از سهم اه حادث شده در صورت تساوی سطح دو مثلث
اب د و اخ ه دو قطعهٔ اب ط د ی مائله و اخ ه ضه قائمه متساوی
الحجمین میباشند و قاعدهٔ ب ط د ی سطح بیضی نسبت به سطح ا قطر

اقصر قاعدهٔ قطعهٔ مایلهٔ ا ب ط د ه مساوی قطر قاعدهٔ
قطعهٔ ا ح ز ح ه قائمه است **برهان** فرض نمیکنیم سطح قاعدهٔ
هر یک از دو قطعهٔ قائمه و مایله از سطح قاعدهٔ مخروط بجانب
راس مخروط نزدیک شده اند و متدرجا اعمده و اقطار
قطر ب د از محیط ب د ط ه و قطر ح ز از محیط ح ز ح ه متناقص
شده اند تا براس مخروط رسیده بکلی معدوم گردند
و نسبت قطر ح ز بقطر ب ه بشکل [illegible] از مقالهٔ سادسه
اصول مثل نسبت سطح مثلث ا ح ز است بسطح مثلث ا ب ه
و همچنین نسبت ضلع ا ز بضلع ا ه یعنی نسبت مربع ا ز بمربع ا ه
یعنی ا ز و سطح است بین ا د و ا ه بسبب آنکه نسبت سطح مثلث
ا ح ز یعنی مثلث ا ب ه بمثلث ا ب ه مثل نسبت ضلع ح ط بنصف قطر

قاعدهٔ قطعهٔ ا ح ز ح ه

قاعدهٔ قطعهٔ ا ح ز ح ه بنصف ب ح یعنی بقطر قاعدهٔ مخروط متشابه ا
و نصف قطر اقصر قاعدهٔ قطعهٔ مایله نیز بهمان نسبت متدرجا
متناقص شده و نسبتش بنصف قطر قاعدهٔ مخروط مثل نصف قطر
ح ط بنصف قطر ب ه یعنی نصف قطر اقصر قاعدهٔ قطعهٔ مایله
مساوی نصف قطر قاعدهٔ قطعهٔ ا ح ز است یعنی قاعدهٔ قطعه
ا ب د ط مایله سطح یعنی سطح ا ب بنصف قطر اقصر



مساوی است بنصف قطر قاعدهٔ قطعهٔ قائمه
ا ح ز ح ه چنانچه در مثال معین میشود حال بفرض که سطح یعنی
سطح شکل چهارم از مقالهٔ اول رساله یعنی سطح یعنی
سطح مساوی است بمضروب نصف محیط قطر اقصر در نصف قطر
اطول و سطح ا ی ه مساوی است با حاصل ضرب نصف محیط در نصف قطر



پس بشکل یه و یح از مقالهٔ سابعهٔ اصول
نسبت سطح قاعدهٔ ب ط د بسطح دایرهٔ
خ ح ضه مثل نسبت ب د میباشد بخ ح و بشکل لا از مقالهٔ
اول اصول که سطح هر یک از این دو مثلث مساوی حاصل ضرب
نصف قاعده است در ارتفاع یا بالعکس و بشکل مقدم و بشکل و
از مقالهٔ سادسهٔ اصول نسبت ارتفاع اب د بقاعدهٔ
خ ظ ح مثل نسبت ارتفاع اظ میباشد بقاعدهٔ ب د
و بشکل ه از مقالهٔ خامسهٔ اصول نسبت ثلث سطح قاعدهٔ
ب ط د ه بثلث سطح قاعدهٔ خ ح ضه مثل نسبت سطح قاعدهٔ
ب ط د ه بقاعدهٔ خ ح ضه و نسبت ب د بخ ح پس مضروب نصف ب د
بشکل ید از مقالهٔ اول اصول
در ارتفاعش مساوی مضروب نصف خ ح در ارتفاعش میباشد بیع

مضروب ثلث

مضروب ثلث سطح ب ط د ه در ارتفاعش مساوی مضروب
ثلث سطح خ ح ضه در ارتفاعش یعنی حجم قطعهٔ اخ ح ضه قائمه
مفروضه مساوی حجم قطعهٔ اب ط د ه مائله مفروضه است
و بجهة توضیح و اثبات مطالب مزبوره مثالی می آوریم
مثال مثلث اب ح را که مخروط اعظم اب ح ه ح از
دوران اش حول محور اه حادث شده مثلث متساوی الاضلاع
اب ح فرض مینمائیم و بشکل مقدم از مقالهٔ اول این رساله
و بفرض سطح مثلث اخ ح مساوی نصف و مشابه مثلث اب ح
رسم شده و بشکل ح از مقالهٔ ثانیهٔ عشر اصول نسبت
حجم مخروط اعظم اب ح بحجم مخروط اصغر اخ ح ضه مثل
نسبت قطر ب ح میباشد بقطر خ ظ ح مثلثه بالتکریر

و شکل ب از همان مقاله که نسبت سطح قاعده ب ح د

بسطح قاعده خ ح ض مثل نسبت
قطر ب ه ح میباشد بقطر خ ط ز
مثناه بالتکریر یعنی نسبت سطح بدن مخروط اعظم ا
ا ب ح د بسطح بدن مخروط اصغر ا خ ح ض مثل نسبت
قطر ب ه ح ا ت بقطر خ ط ز مثناه بالتکریر و شکل
و شکل ب از مقاله سادسه اصول و شکل یح از
همان مقاله نسبت سطح مثلث ا ب ح د بسطح مثلث
ا خ ز مثل نسبت قطر قاعده ب ه ح ا ت بضلع خ ط ز
مثناه یعنی بنتیجه اول شکل اول از مقاله اول این رساله سطح
مخروط اعظم بسطح مخروط اصغر مثل نسبت ا ب به ا خ مثناه یعنی قطعه ا خ ح ض مساوی

نصف سطح بدن

نصف سطح بدن مخروط ا ب ح د سطح قاعده خ ح ض
در اینمثال
ساوی نصف قاعده ب ح د

و اما موامره این مثال بحساب تخمینی و برهان هندسی
قطر ب ه ح را واحد مرفوع مره یعنی واحدی که بجزو شده

فرض میکنیم قطر ب ه ح میباشد	مرفوع ا ۱٤٤٤٤

محیط قاعده ب ح د بنسبت محیط بقطر نسبت ۲۲ به ۷ تقریبی

و بطور ادق نسبت بنصف قطری که ۱٤٤ مرفوع مره باشد

میباشد رساله محیطیه	و بو ظ ح الف ناجویده
محیط قاعده ب ح د نصف این	ح ح ط ه ٤ ر که نحو د که
یعنی بعد از رفع کسور میباشد	ح ح ط ا

نسبت سطح قاعده ب ح د بسطح قاعده خ ح ض مثل نسبت



نسبت مثلث ب ا میباشد به ح ن مثناة یعنی من ب ...	
مربع ب ا بمربع خ ن	در مربع خ ن ملاحظه ۱۴۴۴۴ مربع
نصف این یعنی مربع خ ن میباشد	۱۴۴۴ مربع
ضلع این یعنی جذر آن حسب ۴۴ میباشد	ح ما که له ۷ درجه
نسبت محیط ب ا بمحیط خ ن مثل نسبت قطر ب ا یعنی	۱۴۴۴۴

بقطر خ ن یعنی به ح ما که له ۷ ا ب و اما ربعه مناسبه شکل ...

از مقاله سادسه اصول قطر خ ن که میباشد	ح ما که له ۷ درجه
مضروب در محیط ب ا که میباشد یعنی در	۱ ...
حاصل ضربش میباشد	...
بر قطر ب ا یعنی برا ۱۴۴۴ قسمت یعنی ... محیط نمودم	... یعنی محیط خ ن
نصف این میباشد یعنی نصف محیط خ ن	او ... له ما

نصف قطر خ ن میباشد

نصف قطر خ ن میباشد کا س ح له	کا س ح له درجه



مضروب هر دو یعنی سطح قاعده ح ن	...
ثلث این میباشد	دنا ...

نسبت ضلع ا ب یعنی ۱۴۴۴ مربع ... و اما استعلام ارتفاع ا ط

بارتفاع ا ه یعنی بجذر مربع ۱۴۴۴	۱۴۴۴

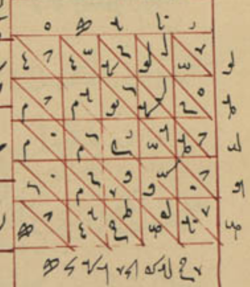
منهای مربع ۱۴۴ یعنی بجذر ... یعنی به نا ز کا ل

یعنی بحیث قوس ... یعنی بحیث قوس زاویه ا ب دو ثلث ...	نا ز کا ط

مثل نسبت ضلع ا ح که میباشد ح ما که له ۷ بضلع ا ط که مجهول است

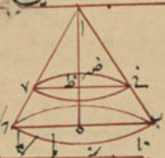
با رابعهٔ متناسبه و شکل بعد از مقالهٔ دهم اصول سطح طرفین	
یعنی مضروب ضلع اخ که میباشد	درجه جه که له ۷
در نا ز کا کط یعنی در ارتفاع اه حاصل ضرب میباشد	مربع لو یه ا ل ا جه
حاصل ضرب ضلع اخ یعنی را ۴۴۴ قسمت ... یعنی ارتفاع اه میباشد	درجه لو کا ل ا یه
یعنی مسطح قاعدهٔ اخ	د نا یه حه ه
مضروب این هر دو	۷ جی ل یه که
یعنی حجم قطعهٔ اخ ضه فائمه	
وجه امتحان موامره	
محیط قاعدهٔ مخروط اعظم	۷ ح کط کط ا
نصف این میباشد	ا ل یه یه ق
نصف قطر قاعدهٔ مخروط	درجه ل ۴۴۴





مضروب ...

مضروب هر دو یعنی سطح مخروط اعظم	مربع مر د ا ه ۴
ف این	نه یه ا م
ارتفاع اه	درجه نا ز کا کط
مضروب هر دو	مربع یح لو س له نا د
یعنی حجم مخروط ا ب ت	
قطر قاعدهٔ مخروط اصغر اخ ۲ ضه یعنی ۲ ... میباشد	درجه جه که له ۷
مربعش یعنی مجذورش میباشد	ل ۴۴۴
مضروب این هر دو یعنی مکعبش	کا س ه ل
قطر قاعدهٔ مخروط اعظم ۱ ۴۴۴ مربع ... مربعش ۴۴۴ ... مکعبش ۴۴۴۴۴	
نسبت حجم مخروط اعظم بحجم مخروط اصغر	
مثل نسبت مکعب قطر قاعدهٔ مخروط اعظم بمکعب قطر قاعدهٔ مخروط اصغر	





حجم مخروط اعظم	یح لو س له نا
مکعب قطر قاعده مخروط اصغر	کا س مر له
مضروب این هردو	۷ مح له که ط له
این حاصل ضرب در مکعب قطر قاعده	۷ مح له که ط له س س س
مخروط اعظم یعنی بر مرفوع ثلاث مرات قسمت شد یعنی بر تمیز	
منحط شد مهیا شد حجم قطعه قائمه ا ح ۷ ضعه	۷ مح له که ح
و بعمل مؤامره استخراج شده بود حجم مخروط اصغر ا ح	۷ مح له که ا ح
عمل صحیح و موافق است جزئی تفاوت ثوانی در مرتبه حجم از بابت	
رفع ثوانی در ضرب و قسمت و غیر محسوس است	

	یح	لو	س	له	نا
کا	۲ ا	س لو	۲ س	ا ۹	یح ا
س	لو خ	د س	لد ۰	۹ و	۶ س
مر	۲ ا	ط س	لد ط	۱۹ ا	الط ز
ل	نو و	ط س	د لد	ا ۲	۶ س
	۷ مح	له	که	ط	له س س س

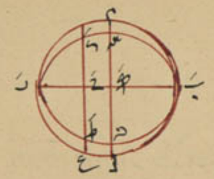
و اما استعلام و استخراج حجم قطعه مایله ا ب ط د ح مفروضه
قطر قاعده اش یعنی ب د نسبت مساوی دو ضلع ا ب است

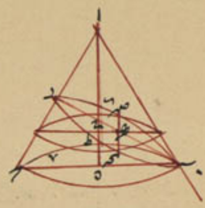
۱۱ ا د ر ه ۵ و دو زاویه م



وارده دو زاویه ب ا د ح د ه
از دو مثلث ب ا د ب ه د اضلاع
و زوایای نظایر متساویه ب ه عمود است بر ضلع ا ه و تقاطع نموده
با سهم ا ه در نقطه ح و در دو مثلث ا ح ه ا د ح ب مساوی دو زاویه قائمه
ا ه ا د ح و زاویه مشترکه ح ا ه متشابه و اضلاع نظایر متناسبه
و نسبت ضلع ح ه بضلع ا ح مثل نسبت ضلع د ح میباشد بضلع ا ح یعنی
د ح مساوی نصف ا ح و د ح مساوی ظل قوس زاویه د ا ح
میباشد با جزائی که او را نصف جزو گیرند یعنی نصف ظل قوس
لـ ٤٤ یعنی شکل عروس و شکل ۴ از مقاله سادسه اصول مساوی
نصف ضلع مجموع دو مربع ا د د ح و شکل ۴ از مقاله ثالثه اصول
نصف ب ح یعنی مساوی ثلث ب ح که جیب دو ثلث قائمه است

نعم اادم ۱ دقائق ثانیه ... ۴ ۴ ب ر





یعنی مساوی ثلث جیب سه ؛ یا جیب سه که میباشد	نا ز ما ط نه
ثلث این میباشد	ر ط ک ط مه
طل له ؛ ؛ میباشد	لا لح ا لط که
نصف این میباشد	ر ط ک لط مه

اولا سطح ب ط د که یعنی قاعده قطعه ا ب د ط که مایه را
بفرض سطح یعنی سطح ب ط د که فرض نمائیم و بشکل دوم
از مقاله اول رساله یعنی که نسبت هر عمودی که از محیط دایره
محیطیه ریعنی بر قطر اطول محاط در آن دایره واقع شود با آنچه از آن
عمود بین محیط یعنی و قطر اطول باشد مثل نسبت نصف قطر دایره
محیطیه است بنصف قطر اقصر یعنی محاط قطر ب ح را تنصیف که نموده
ز س ا صه
دا ک ه د و ه ر

دیم کرده و بعد ه ب دایره ب له د م رسم و عمود ه له
بر ب د رسم نمودیم در نقطه له ملتقی محیط دایره و در نقطه ه
تقاطع بمحیط یعنی نمود عمود ح ط را امتداد دادیم بمحیط دایره
بنقطه ع و له ه را امتداد بمحیط دایره بنقطه م دادیم در نقطه سه
تقاطع بمحیط یعنی نمود نصف قطر اطول یعنی مساوی نصف جیب قوس ا سه ؛

جیب قوس سه ؛؛ میباشد نیم قطر ب د	نا ز ما ط نه
نصف این یعنی نصف قطر ب ه	که کح ه ما ل
ضلع د ح میباشد	ر ط ک ط مه
فضل نصف دوایر این یعنی ضلع ح ه	ح لط لو نا نه

ضلع ه ح معادل جیب قوس له ع ا ت از دایره ب له ع د م
و نسبت ضلع ه ح بنصف قطر ه د مثل نسبت جیب قوس له ع ت بجیب اعظم
نعم کمک نعم





بارُبعه متناسبه و بشکل یو از مقالهٔ سادسهٔ اصول مضروب

ضلع هح یعنی ح لط لو نا نا در جیب اعظم یعنی در ا ٤٤٤٤ مرو ما

هـ ٤٤٤

وخارج قسمت حاصل بر نصف قطر هد

ح لط لو نا نا

یعنی بر که کز ه له ل

میباشد هح ٤٤ ا قوه ثلث ا ٤٤٤٤ مرفوع

نیز میباشد هـ ٤٤٤ و بطریق دیگر ح ف موازی ا ه

رسم نمودیم بسبب تساوی دو زاویهٔ ا ب ح ح ا ب

دو ضلع ح ب ا مساوی و ب ح دو ثلث ب د یعنی ا ح

دو ثلث ا ه بشکل ب از مقالهٔ سادسهٔ اصول ضلع اف یعنی

دو ثلث ضلع ا ه یعنی م ٤٤ و ح ف یعنی نصف قطر دایره و لهذا

مساوی است هو ط

مساوی دو ثلث نصف قطر ه ر یعنی مساوی هح ٤٤ یعنی ثلث ا ٤٤ ٤٤٤ مرو

و ضلع هح ح مساوی ثلث نصف قطر هح یعنی هح ٤٤ باجزائی

که نصف قطر هح را بو جزء گیرند هـ ٤٤ در جدول جیب معکوس

نمودیم شد طع ا لو که یعنی قوس ل ح و تمامش ناصه ٤٤ میباشد

ع لا ه لو و جیب این میباشد نو اله و هو باجزائی که

نصف قطر ب ه باشد بشکل دوم از مقالهٔ اول رسالهٔ کری نسبت عمود ع ح

یعنی جیب قوس دع بعمود ر ط ح مثل نسبت عمود ل هح میباشد بعمود ق هح

یعنی مثل نسبت نصف قطر اطول ب هح بقطر اقصر ق هح بعکس شکل ۲ از مقالهٔ

خامسهٔ اصول مثل نسبت این جیب بعمود ط ح یعنی تقسیم جیب اعظم

بعمود ق هح یعنی بقطر اقصر قاعده ق ح ط د ه بار بعه متناسبه مضروب

هح ٤٤ در ا ٤٤ ٤ و خارج قسمت حاصل بر نو لا و هو عمود ق هح یعنی میباشد

هـ٤٤ را انحطاط رجیب یعنی رنو له وهو قسمت نمودیم خارج قسمت

یعنی نصف قطر قصر ده یعنی عمود ده میباشد کا سـ مر لا لر

هـ٤٤ طـلو مانه و نو و
لنه ٢ سـ ما سـ وع ١ طـ سـ
ع لـ ع ٩ سـ اه لـ ٢ لو
لطـ طـ ل تو ر ٢ و الحمو
لوتـ ل

یعنی هر گاه چنانچه فرض نموده ایم سطح قاعده نو له وهو

ب قر طر ده سطح یعنی سطح باشد

نصف قطر قصر ده یعنی عمود قره میباشد

کا سـ مر لا ر یعنی بعد از رفع آنچه کا سـ مر له

یعنی مساوی نصف قطر قائمه و قطعه قائمه ٢ اخضر

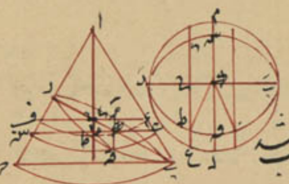
وانا تشخیص عمود قره که از نصف قطر ب د

خارج بمحیط قاعده یعنی سطح مخروط خارج شده

خط هـ شه ت موازی قطر ب ١

رسم نمودیم از نقطه د تقاطع سهم اه نمود

دبد و نقطه شه ت



وبد و نقطه شه ت

ملتقی دو ضلع ا ب ا ب شد

دو مثلث د ع ف ح د هـ لسبب تساوی دو زاویه متقابله ح و زاویه

قائمه د د متشابه اند پس ضلع ح ر نصف ح هـ میباشد

یعنی نصف ح هـ که نصف ح د یعنی سدس ج ح د یعنی نصف سدس

ب ح د یعنی نصف سدس اه و ضلع اه دو ثلث اه میباشد

و مجموع دو ثلث و نصف سدس از مخرج مشترک که دوازده است

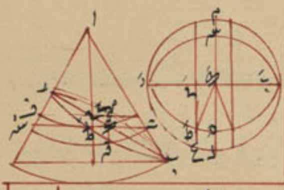
نه میشود یعنی ضلع ا د سه ربع اه و ضلع اشه نیز سه ربع ضلع ا ب

یعنی هـ ٤٤ و ضلع د شه یعنی نصف قطر دائره قره شه میباشد

کـه لـ٤٤ از دو مثلث متشابه د ح ف ح د هـ ضلع ح

مساوی نصف ح د و ضلع د هـ نصف د ف یعنی د لـ٤٤

خارجه و داخله متعالیه ح هـ



کم ل ٤٤	یعنی ثلث
	که نصف قطر دائره
ا ٤٤٤ ا	صه قه سه ت یعنی هح ٤٤ باجزائی که نصف قطرش را
ط ال یو که	گیرند پس هح را در جدول جیب معکوس نمودیم تا
ع لا ع لو	تمامش تا صه ٤٤ میباشد یعنی قوس ت قه
نو له و هو	جیبش یعنی عمود قه هح باجزائی که کد ل ٤٤ را
ا ٤٤٤٤	پس نسبت جیب اعظم یعنی
نو له و هو	با این جیب یعنی به
کم ل ٤٤	مثل نسبت
	بعمود قه هح که مجهول است سطح دو طرفین



کا له مر له له

یعنی مضروب نو له و هو در کد ل ٤٤ منحط میباشد کا له مر لیعنی

مساوی سطح



مساوی نصف قطر قاعده قطعه قائمه ا ب ج ضه برهان دیگر

ح ا و له ٤٤	نصف قطر دشه میباشد کم ل ٤٤ مربعش میباشد
نو له ٤٤٤	ضلع ذه میباشد د ل ٤٤ مربعش میباشد

بعد از اسقاط مربع ضلع ذه از مربع نصف قطر دشه باقی میباشد

مربع عمود ده هح یعنی د ل ٤٤٤
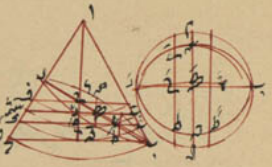
ا ٤٤٤٤	ضلع اه میباشد ا ٤٤٤ مربعش
ل ٤٤٤٤	نصف این یعنی مربع ضلع اه یعنی مربع ح قوس صه ٤٤ یعنی

نصف قطر طه از اتمام نصف ضلع اه میباشد و مربعش تکمیل

د ل ٤٤٤٤	از مقاله ثانیه اصول ربع مربع ضلع اه یعنی

یعنی مساوی مربع عمود ده هح یعنی نصف قطر قصر سطح قاعده

قطعه مائله ا ب ط دس قطر قصر قاعده قطعه مائله ا ب ط د مساوی نصف قطر



قاعده قطعه قائمه ابنح

پس سطح قه ط ده صه مثل سطح نصف یعنی سطح نصف

قطر اطول هح یعنی که ح ه له لر و نصف قطر اقصر قه

یعنی مساوی کا اه مرله

واما تشخیص قسم دیگر قاعده یعنی سطح قه ب صه هه خط

نح مساوی نح هدا و خط فح ث موازی ب

رسم نمائیم بمرکز ح و ببعد ح ث دایره ف ط ث رسم

نمائیم بشکل ب از مقاله سادسه اصول ثح ف مساوی ثح ق

میباشد یعنی ه ٤٤ یعنی مجموع ا ثه ثه ف میباشد ه ٤٤

یعنی سدس ضلع اح و همان شکل نصف قطر ح که ٤٤

یعنی سدس نصف قطر ب و قطر هح د با قطر فح

در نقطه ن تقاطع

در نقطه ن تقاطع نموده از مثلث ح ن خ نیز بشکل ا از سادسه

اصول ح هه ن یعنی مساوی و ن ح ضعف ذ هه میباشد

یعنی مساوی له ٤٤ یعنی معادل جیب تمام قوس ث ط باجزائی

که نصف قطر ث ح را ٦٠ جزو گیرند و میباشد له ٤٤ معادل

سه خمس نصف قطر ث خ و سه خمس جیب اعظم میباشد لو ٤٤

لو ٤٤ را در جدول جیب تقویس نمودیم میباشد یعنی قوس ط را لو ند با ند

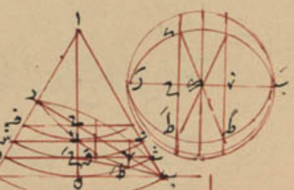
تمام این میباشد و قوس ث ط یعنی لح د ٤ ح

جیب این میباشد عمود ط ن باجزائی که نصف قطر ح ف ٤٤٤

نسبت ٤٤ به سه ٤٤ یعنی جیب اعظم نسبت ٤ به ٥

مثل عمود ط ن است به نصف قطر ث یعنی به که ٤٤ یعنی

عمود ط ن مساوی چهار خمس که ٤٤ یعنی هه ٤٤ پس عمود



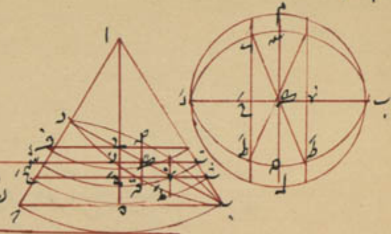
پس عمود ط ن مساوی
نصف قطر ط ح دیگر

نصف قطر دایره ف ط ث میباشد که ٤٤ و مربعش ن که ٤٤	
ضلع ح ن میباشد له ٤٤ مربعش میباشد	ر مه ٤٤
بعد از اسقاط مربع ضلع ح ن از مربع نصف قطر ح ف	وم ٤٤
یعنی مربع عمود ط ن و مربع ٤٤ نیز میباشد	دم ٤٤

پس عمود ط ن مساوی نصف قطر ط ح از دوایر قطر اقصر
... مساوی قطر اطول ... و نسبت عمود
که از محیط دایره محیطه اش بر قطر اطول واقع باشد آنچه از آن عمود
باشد محیط بیضی و قطر اطول باشد مثل نسبت قطر دایره
محیطه است بقطر اقصر بیضی و بالتبدیل نسبت جیب از دایره محیطه
اقصر ...

بیضی نصف قطرش مثل نسبت عمود نظیر آن جیب است
بقطر اقصر بیضی پس سطح قاعده قطعه مایله مفروضه اب د ط
از مخروط است بر قائم سطح بیضی سطح است و نصف قطر اقصرش
عمودی است که از منتصف نصف قطر اطولش خارج شود بمحیط
بیضی و مساوی نصف قطر قاعده قطعه قائمه مفروضه اخ ن ضه
و برهانی که در اول شکل مذکور شد مضروب ثلث سطح
بیضی سطح مزبور یعنی مضروب ثلث قاعده قطعه مایله مفروضه در ارتفاعش
مساوی است با مضروب ثلث سطح دایره قاعده قطعه قائمه مفروضه
مزبوره در ارتفاعش یعنی متساوی الحجم اند

و اما بمواضعه تخمینی استعلام حجم قطعه مایله مفروضه اب ط د
قطر ... یعنی قطر اطول ... ب ط د ... میباشد تا از ...



نصف قطر اطول میباشد	کح ه له لر
نصف قطر اقصر شش حاصل شده بود	کا مر لا لر
محیط قاعده مخروط اب ٢ میباشد	ح کط له ا
نسبت محیط قاعده مخروط یعنی ح کط له ا	بنصف قطر قاعده مخروط یعنی ل ٤ ٤ ٤
مثل نسبت محیط قطر اقصر که مجهول است	بقطر اقصر یعنی کا مر لا لر
باربعه متناسبه سطح طرفین یعنی مضروب	ح کط له ا
در نصف قطر قطعی در کا مر لا لر میباشد	او لج له مر و
حاصل ر ل ٤ ٤ قسمت شده بر محیط قطر اقصر	ا لج ر ا له
نصف این میباشد	او لج له مر و
نصف قطر اطول میباشد	کح ه له لر
مضرب این هر دو یعنی سطح قاعده ب ط د ت شده	ح نا له له کح لط

	ا	ه	كط	ح	ح
كا					
ـ					
مر					
لا					
لر					
	ا و لج له مر و نا لا لر				
ل	لج ر ا له				

کرام محمد

ثلث این میباشد	ط لر ح نا لر خ
ارتفاع قطعه یعنی ضلع اد میباشد	ل ٤ ٤ ٤
مضروب ثلث مربع یعنی حجم قطعه اب ط ت ح له	٢ لج له كه لج نو / ٢ ٩ له كه ط
حجم قطعه قائمه اخ ٢ ضه حاصل شده بود	٢ لج له كه ط
عمل و برهان صحیح است جزئی تفاوت غیر محسوس در مرتبه پنجم ارباب از رفع کسور	

	ك	لا	ه	لج	لر
ا					
د					
لج					
له					
مر					
	ح نا لو له لج ط له لا ط				

وجه در اسم جیب و سهام که منتهی بکبری میشود و تقریبی در جدول
جیب مرقوم است



مثال مزبور بحساب اهل هند با براهین مذکوره

ضلع اد بمقیاس واحد طول در مثال مزبور	۳۰
مجذورش میشود	۹۰۰

دو مثلث اده ادح متشابه و اضلاع نظایر متناسبه متناسبند
و بشکل د از مقالهٔ ثانیهٔ اصول مربع دح مساوی ربع مربع
اح میباشد و بشکل عروس مجموع دو مربع دح و اح یعنی مجموع
ربع مربع اح و سه ربع مربع اح یعنی مجموع ۹۰۰ یعنی مربع اد

و ثلث این یعنی مربع دح یعنی ... میشود	۱۲۰۰

خط ح ف ع موازی ب ا رسم نمودیم از مثلث اح ف مربع
نصف قطر ح ف برهان مذکور ثابت و دو مثلث اح د

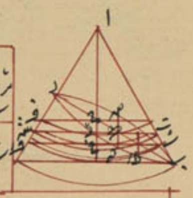
اح ف مساوی ثلث مربع اح میباشد یعنی	۴۰۰

جذرش میباشد

جذرش میباشد	۲۰
و مجموع دو مربع دو ضلع اح و ح ف میباشد	۱۶۰۰
جذرش یعنی ضلع اف میباشد	۴۰
ضلع اب بمقیاس واحد طول میباشد	۶۰
مربعش یعنی مجذورش میباشد	۳۶۰۰
مربع ضلع اد میباشد	۹۰۰
بعد از اسقاط مربع ضلع اد از مربع ضلع اب باقی مربع ضلع بد	۲۷۰۰
ضلع حد یعنی نصف ضلع ب ح و مربعش این	۶۷۵

ضلع ح ه از مثلث ح ذ ه بسبب تساوی دو ضلع اح ح ب
مساوی نصف ضلع ب ح یعنی ثلث ب ح یعنی فضل نصف بر ثلث

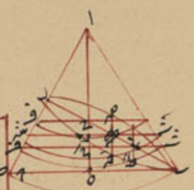
یعنی نصف ضلع دح و مربعش میباشد ربع مربع دح	۷۵



مربع ذه از مثلث اصغر ذ ه مساوی	
است با مربع این میباشد	٥٦ ١/٤
جذرش میباشد یعنی ضلع ذه	٧ ١/٢
موافق شد بمواد تنجیمی که بود	دل ٤٤
ضلع ح ط مساوی نصف ح د یعنی ثلث ضلع ب ح یعنی ربع ح ب	
پس ضلع ع ت مساوی ربع ع ت ب یعنی	بمقیاس واحد طول ٥
یعنی مجموع ضلع اف شد بمقیاس واحد طول میباشد	٤٥
یعنی ضلع اف شد مساوی سه ربع ضلع اب پس نصف قطر ذ شد میباشد	
مساوی سه ربع نصف قطر یعنی نصف قطر ذ شد میباشد	٢٢ ١/٢
موافق شد بمواد تنجیمی که بود	کب لـ ٤٤
مربعش یعنی مجذور نصف قطر ذ شد میباشد	٥٠٦ ١/٤

مجذور ضلع ذه.

مجذور ضلع ذه میباشد	٥٦ ١/٤
بعد از نقصان این از مربع ضلع ذ شد باقی مربع عمود ذ ه	٤٥٠
مربعش میباشد دل ٤٤ و موافق شد با مواد تنجیمی	
ضلع اد میباشد ٣٠ ضلع اح میباشد	٦٠
مضروب این هر دو میباشد	١٨٠٠
یعنی نصف مربع ضلع اح یعنی مساوی مربع ضلع اخ از قطعه قائمه مزبوره.	
ربع این یعنی مربع نصف قطر ط خ از قاعده قطعه قائمه	٤٥٠
پس نصف قطر قاعده قطعه قائمه مفروضه اخ مساوی نصف قطر	
یعنی عمود ق ه از قاعده قطعه مائله اب ط د است	
و مربع ح ط یعنی مجذور نصف قطر ح ف بود	٤٠٠
پس عمود ق ه اطول است	



سطح ... مساوی سطح جه از خط ... شکل موازی

سطح شکل ت رسم نموده‌ایم شکل را استه اذایم در نقطهٔ خ تقاطع

بسهم اه نمود ت ش مساوی ع ت میباشد مقابل واحد	٥
و مجموع ضلعات ش میباشد ...	٥٠
نصف قطر ش خ ... یعنی نصف قطر ت	٢٥
مربعش یعنی مجذورش میباشد	٦٢٥
... از مثلث ... ضعف ضلع ...	١٥
مربع این یعنی مجذورش میباشد	٢٢٥
مجذور نصف قطر ... یعنی خ ط	٦٢٥
بعد از اسقاط مربع خ ... از مربع خ ط باقی عمود ...	٤٠٠

پس عمل و برهان موافق مرامره تخمینی عمود ... بر نصف قطر اطول

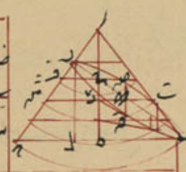
سطح دایره محیط

سطح دایره محیط قاعده ب ط ... اطول اعمده و دو عمود
ط ح و ط ... از دو جانب عمود ... متساوی متساوی البعد
از عمود ... و نسبت ... هر یک بجیب نظیرش از دایره محیط در سطح
قاعده شکل نسبت قطر اقصر میباشد بقطر اطول پس سطح
قاعده قطعه مائله مفروضه اب ط ... سطح بیضی سطح نصف
قطر اطول ... یعنی بقطر اطول ... و نصف قطر اقصر
... یعنی قطر اقصر ...

مثال دیگر فرض نمائیم قطعه اب د ط

مائله از مخروط مستدیر اب ... ضلع ... قطر قاعده مخروط مماس

واحد طول میباشد	٥٠	و مربعش میباشد	٢٥٠٠
و ضلع ... میباشد	٣٠	و مربعش میباشد	٩٠٠



ضلع ب د یعنی قطر قاعده قطعه مفروضه	۴۰
مربعش میباشد	۱۶۰۰
مجموع دو مربع ضلع ا د و ب د میباشد	۲۵۰۰

بشکل عروس ضلع ب ا در زاویه قائمه ا ت و ضلع ب د عمود ا

بر ضلع ا ب عمود د ل بر ب ا رسم نمودیم بشکل ح از مقاله
س ما اصفه

سادسه اصول نسبت ضلع د ا یعنی ۳۰	بضلع ا ل	
مثل نسبت قطر قاعده ب ا یعنی ۵۰	بضلع ب ا یعنی	۳۰
مجذور ۳۰ یعنی ۹۰۰ را بر ۵۰	قسمت نمودیم خارج قسمت	

یعنی خارج قسمت سطح وسطین بر طرف معلوم میباشد ضلع ا ل	۱۸

خط د م ه موازی ب ا رسم نمودیم در نقطه م تقاطع
س [illegible]

بسهم ا ح نمود بعد از اسقاط عمود د ل یعنی ۱۸ از نصف قطره ا ح که ۲۵

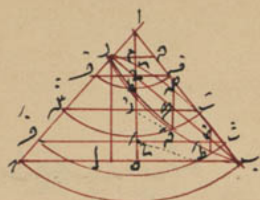
باقی ضلع ه ل یعنی عمود د م
[illegible]

باقی ضلع ه ل یعنی عمود د م میباشد	۷

ضلع ب د یعنی قطر قاعده قطعه مفروضه بر تصنیف ... شد
س ظا اصفه

و خط ... شد ت موازی ا ب ... رسم شده و بشکل ب
س [illegible]

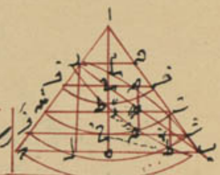
از مقاله سادسه اصول ضلع ... شد نصف ... میباشد	۲۵
و بهمان شکل ضلع ... ت مساوی نصف عمود د م که یعنی	۷
مجموع این هر دو یعنی ت ... شد یعنی قطر دائره ...	۳۲
نصف این یعنی نصف قطر ... یعنی نصف قطر ...	۱۶
مربع این یعنی مجذورش میباشد	۲۵۶
بعد از اسقاط ضلع ... ت یعنی ۷ از نصف قطر ... یعنی	۱۶
باقی ضلع ذ ه میباشد	۹
مربع این یعنی مجذورش میباشد	۸۱



مربع نصف قطر د ه بود	۲۵۶
بعد از اسقاط مربع ضلع ذه یعنی ۸۱ از این باقی س ع و س	۱۷۵
یعنی مربع عمود ق ه یعنی جیب قوس ت ه	
دو مثلث ب د ه ب ح ه بسبب دو زاویه	
قائمه ب ح ب د ه و زاویه مشترکه د ب ه متشابه یعنی دو مثلث ح ذ ه د ب ه متشابه و اضلاع نظایر متناسبه	
نسبت ضلع ذه یعنی ۹ بوتر قائمه ح ه مثل	
نسبت ضلع د ب یعنی ۴۰ بضلع ب ه یعنی ۵۰ (مضروبا)	
سطح طرفین یعنی مضروب ۹ در ۵۰ یعنی ۴۵۰ را	
بر وسط معلوم یعنی بر ۴۰ قسمت نمودیم خارج قسمت یعنی ضلع ح ه	۱۱ ۱/۴
مجموع دو ضلع ح ه ه ب یعنی مجموع ۱۱ ۱/۴ و ۲۰ میباشد	۳۱ ۱/۴

نسبت ضلع ب ه

نسبت ضلع ب ج یعنی ۲۰	بضلع ت ج یعنی به ۷
مثل نسبت ضلع ب ح یعنی ۳۱ ۱/۴	بضلع ح ف یعنی نصف قطر ف
سطح وسطین یعنی مضروب ۷ در ۳۱ ۱/۴ که میباشد	۲۱۸ ۳/۴
تجنیس نمودیم شد	۸۷۵
تجنیس را بر طرف اول یعنی بر ۲۰ قسمت نمودیم شد خارج قسمت	۴۳ ۳/۴
خارج قسمت را بر چهار که مخرج ربع است قسمت نمودیم	
میباشد نصف قطر ف یعنی ح ط	۱۰ ۷/۸ و ۰/۸
مجذور این میباشد	۱۱۹ ۵/۸
مربع ق ح یعنی مربع نصف قطر د ه منهای مربع ذه بود	۱۷۵
پس عمود ق ح اطول از عمود د ح ط یعنی اطول از نصف قطر ط میباشد	
ه ن مساوی ه ح یعنی مساوی علم ا جدا و خط ه ن خ ت شد	



رسم نمودیم برهان مذکور تَ دَ مساوی

نصف مجموع فح و شخ میباشد حف یعنی ١٥ ٧/٨ و [illegible]

از ٣٢ یعنی از مجموع حف شخ نقصان نمودیم باقی ٢١ ١/٨

یعنی نصف قطر شخ میباشد ٢١ ١/٨

مربع ضلع این یعنی محدود رشس میباشد	٤٤٣ ٥/٨
مربع ضلع ذح بود	٨١
ضلع خ ضعف ذح مربع شس چهار وی کما [illegible]	٣٢٤
این از مربع ضلع شخ نقصان شد باقی مربع عمود	١١٩ ٥/٨
مربع نصف قطر حف یعنی مربع ح ط بود	١١٩ ٥/٨

پس دو عمود متساوی البعد ح ط ظ از محیط قاعده

قطعه منفرضه اب ظ ق ط دصه از دو جانب قطر قصر [illegible]

در قطر اطول [illegible] د

در قطر اطول ب [illegible] د و عمود امره تحجیمی در ها [illegible]

مربع عمود [illegible] یعنی قطر قصر [illegible] از قطعه [illegible] اب د ط حاصل شده بود ١٧٥ مربوعش میباشد [illegible]

نصف قطر [illegible] از قاعده مخروط میباشد [illegible]	که
از دو مثلث [illegible] ام د شابه نسبت ضلع [illegible] یعنی ١٨	١٨
بضلع د [illegible] یعنی به ٣٠ یعنی به [illegible] مثل نسبت عمود [illegible] یعنی	د

بضلع اد میباشد یعنی ضلع اد یک مساوی و دو ثلث ضلع

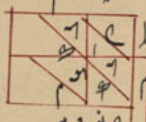
دم یعنی ١١/٢ یعنی ضلع اد میباشد	مام
ضلع ا مساوی مجموع ١١/٢ و ٣٠ یعنی [illegible] یعنی	[illegible]

مضروب این هر دو یعنی مربع ضلع مثلث متساوی الساقین مفروض

مساوی مثلث اب د  میباشد ٤ د د م

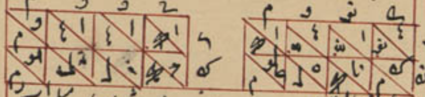


مجموع ا ج ۴ یعنی مربع طم یعنی مربع ضلع ...		ے نود م
مربع قطر قصر ... ، نه ۴	مربع نصف قطره	۶ که ۴۴
مربع ضلع مثلث مفروض ... و و دم ...	مربع ضلع اح ...	ے نود م



ے نود م

مضروب . نه ۴ در ے نود م میباشد	ا که اوالط ... م
مضروب که ۴ در ح و و م میباشد	ا که الطط ... م



پس بشکل ی از مقاله ششم اصول نسبت ضلع مثلث ... مساوی مثل ا ر د ی

بمربع ضلع مخروط مثل نسبت مربع قطر قصر قاعده ب ط ده باشد

بمربع نصف قطر قاعده مخروط یعنی نسبت ضلع بضلع متشابه

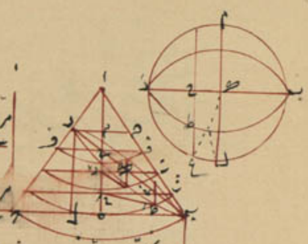
و بشکل یا از مقاله ثامنه اصول نسبت مربع بمربع نسبت ضلع ای ...

پس نسبت عمود ... یعنی ضلع قطر قصر قاعده ب ... ط د نصف قطر

حاصل محمود ...

قاعده مخروط ا ب ح ۷ مثل نسبت ضلع مثلث مفروض مساوی	
مثلث ا ب د میباشد بضلع ا ه از مخروط	
از دو مثلث د ب ... ح ب ... نسبت عمود د ل یعنی ۲۴	که ۴
بضلع ب ... یعنی مجموع ۷ و ۲۵ یعنی ۳۲ یعنی ...	ل ۴
مثل نسبت عمود ح ه مجهول است بضلع ب یعنی ۲۵	که ۴
مضروب ۲۴ یعنی که ۴ در ۲۵ یعنی در که ۴ میباشد ۶۰۰	۶ ۴
این حاصل ضرب یعنی ۶ ... بر ۳۲ یعنی بر ل ۴ قسمت شد	... ۴
د نسبت عمود د ل یعنی ۲۴ یعنی که ۴ بعمود ح ه یعنی ۱۸ ۳/۴	...
مثل نسبت ضلع ب ... یعنی ۴۰ یعنی م ۴ بضلع ب ح که مجهول است	
مضروب ۱۸ ۳/۴ یعنی ... ۴ در م ۴ میباشد ۷۵۰	...
این حاصل ضرب ... بر که ۴ یعنی بر طرف معلوم قسمت شد ...	لا ه
نصف قطر ... یعنی ۲۰ ... از آن نقصان شد ضلع ...	...

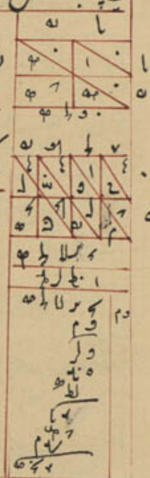
٢ ... ٢ ...



مربع این میباشد	۰ و لـ مه
مربع نصف قطر اطول میباشد	و م ﻫ ﻫ

بعد از اسقاط مربع ضلع ح ه از مربع نصف قطر اطول که مربع عمود د ح

یعنی جیب قوس د ع از دایره محیطه میباشد | ۷ لـ مو ﻩ



نسبت مربع ح نصف قطر اطول	بمربع نصف قطر اقصر که حکم سقفی
سطح ط د میشل نسبت مربع عمود	بعمود ط ح باید

سطح د سطاین یعنی مضروب	۰ ﻩ ﻫ	
در ۷ لـ مو ﻩ میباشد		
حاصل ضرب را بر دوم یعنی بر طرف معلوم		
قسمت نمودیم خارج قسمت میباشد	ابط لـ	

یعنی عمود ح ط میباشد ابط لـ و در سوم از اول حاصل شد ۱۱۹

معادل

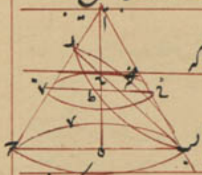
معادل است بهاین پس سطح قاعده قطعه اب قه ط د مانند سطح

نصف سطح است و قطر اقصرش مساوی قطر قاعده مثلث

مساوی الساقین که سطحش مساوی سطح مثلث اب د باشد

و بر هانی که در اول شکل مذکور شد مساوی الحجمان میباشند

مثال دیگر از مخروط اب ح د که



قطعه اب د ط مائله بنا را که ضلع اب

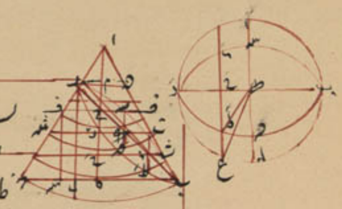
مساوی ربع ضلع اح باشد و قطعه اخ ح مفروضه که مثلث قائمه

اخ ح مساوی مثلث اب د باشد فرض نمائیم یعنی شکل اول

از مقاله سادسه اصول مثلث اب د مساوی ربع مثلث اب

و شکل ... از همان مقاله نسبت سطح مثلث بمثلث مشابه ضلع

بضلع نظیرش مثناه یعنی نسبت مربع ضلع بمربع ضلع نظیر آن ضلع



پس ضلع اح نصف اب و نصف قطر

طح نصف قطر ه ب میباشد

ب د قطر قاعده ه ب ط یا تنصیف به ح و بطریق مذکور بر

در اشکال متقدم هـ ت شه ح ف ف موازی ب ه و تساوی شد

ضلع اب بمقیاس واحد طول میباشد ۶۰ یعنی	ا ٤ ٤ ٤
ضلع اد میباشد له ٤ ٤ و ضلع د ه میباشد	٤ ٤ مه
ضلع د ه تنصیف به ت شده ضلع ات شده میباشد	لر ل ٤
و قطر شه ت به تساوی اضلاع مثلث میباشد	لر ل ٤
نصف قطر د شه میباشد .	٤ مه ک
مربع این میباشد (ک مه / ا ک ه / مه ل ا ک ل)	ه نا لم مه
نسبت ضلع ... به ضلع ... نصف ... :	نصف له ٤ ٤ یعنی دل ٤

بعد از اسقاط دل ٤

بعد از اسقاط دل ٤ از ک مه ٤ باقی ضلع ذ ح میباشد	با له ٤
مربع این میباشد (له با / مه ا ٠ / مه ٧ مه ٠ / مه لم د ٠)	و لم مه
مربع نصف قطر ذ شه میباشد	ه نا لم مه
بعد از اسقاط مربع ضلع ذ ح از مربع نصف قطر ذ شه	ح مه ٤ ٤

یعنی مربع عمود ره ح یعنی مربع نصف قطر قاعده قطعه مائله

اب قدر ط ت و جذر این میباشد یه ٤ و مساوی ات

با نصف قطر طح از قطعه ... مفروضه

دو عمود د ل ف ... بر قطر ب ه رسم نمودیم نسبت عمود دل

به عمود ... مثل نسبت ... یعنی ضلع ... مربع ضلع ...

یعنی ه ل مساوی ربع ... میباشد یعنی	دل ٤
عمود ... مساوی ضلع ... میباشد یعنی	دل ٤



وضلع ب ه ل مساوی نصف ب ا صاط

ربع ه ا یعنی میباشد ل ل ٤ از مثلث ب د ک ت

عمود د ل بعمود ح ه شل نت ضلع ل ه ب ه ه ب

یعنی ضلع ه ح مساوی عمود د ل منهای خمس عمود د ل یعنی ضلع

مساوی د ف منهای خمس د ف یعنی د ف خمس د ف

میباشد یعنی خمس حو ٤ یعنی ٩ ومجموع ضلع ا د یعنی ٨ او د ف

یعنی ٩ میباشد ٢٤ ونصف قطر ح ف نصف ضلع ا د ف میباشد

یعنی ١٢ یعنی یب ٤٤

ضلع د ل مساوی سه ربع ا ه وضلع ا ه میباشد نا ز ما [illegible]

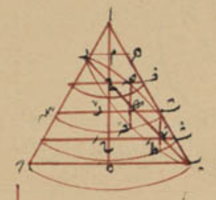
یعنی عمود د ل میباشد مد ٤ نو و نه

مربع این میباشد که کح مه یط ید کس

ضلع ب ه د ل میباشد

که کح مه یط کس . د ح که

ضلع ب ه ل میباشد ل ل ٤ ودرخمس میباشد	ا ا نه ٤ ٤
مجموع دو مربع یعنی مربع قطر ح ع میباشد	مه ط لا ط مه ٤ ه ٤
جذر این یعنی قطر ح ع میباشد	نا ٧ نا مو
نصف این یعنی قطر الاول ح ع میباشد	٦ . ل ط ح
خمس قطر ح ع یعنی ضلع د ع میباشد من ب وجه	٤ ٩ . ط ز
از نصف قطر نقصان شد باقی ضلع	و ح ل ط ح
مربع این میباشد	٧ ١٧ ٤ ٤ ١ نه ط
مربع نصف قطر ح ع مساوی ربع مربع قطر س ب ح مع	س ا ٤ . ط ط نه ٤ ل
مربع ضلع ح ه از ان نقصان یافت	ط ٤ . ل ا ٤ ٩
جذر این میباشد	کا ل نط ز
یعنی عمود ع ح یعنی جیب قوس ا را که محیط که قائمه	





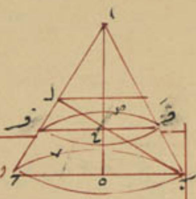
۱۰٫۶ کط نح	نصف قطر ح ب یعنی نصف قطر دایرهٔ محیطه
۵۵ ۴۴ ۴	عمود قه ط یعنی نصف قطر اقصر قاعده ب ح ط د
کا ل ب ط ز	عمود ع ح یعنی جیب قوس د ع از دایرهٔ محیطه
س ۴۴ ۴	عمود ط ح یعنی مساوی نصف قطر ح ف
پس نصف نصف قطر اطول ۱۰٫۶ کط نح نصف قطر اقصر ۵۵ ۴۴۴ مثل نسبت عمود ع ح به عمود ط ح	
و با بدال نسبت ۱۰٫۶ کط نح به کا ل ب ط ز	مثل نسبت ۵۵ ۴۴۴ به س ۴۴۴
س ۴۴۴ مساوی ۵۵ ۴۴۴ منهای خمس ۵۵ ۴۴	۵۵ ۴۴۴ مساوی ۵۵ ۴۴ با خمس

ربع کا ل ب ط ز میشه ۵ /۶ /۶ کط نط

	۱ ۲۴ ۳۳ نح
	۵ ۱۸ کط نط
خمس ۱۰ کط نح میشه ۵ /۶ /۶ کط ۲۴ لو	
تفاوت	۴۴ ۴ ۴

پس سطح قاعده

پس سطح قاعدهٔ قطعه مانند اب ط د س مفروضه سطحی
که احاطه کرده است منحنی ب ق ه ط د س ح ه و هر عمودی که
از محیط دایرهٔ محیطیه آن واقع شود نسبت آنچه از آن عمود بین
محیط ب ط د س و قطر اطول ب ح د میباشد مثل نسبت
قطر اطول ب ح د است بقطر اقصر ق ه ح بنا بر تعریف
شکل سطح بیضی سطح و شکل دوم چهارم از مقاله اول سالکه
بیضی سطح بیضی سطح است و نصف قطر اقصرش مساوی
نصف قطر قاعدهٔ قطعه قائمه اخ ب خ ه مفروضه در شکل که در اول
شکل مذکور شد یعنی نسبت ارتفاع مثلث اب د
به نصف قاعدهٔ خ ط مثل نسبت ارتفاع اط بنصف قاعده ح ح
متساوی الحکمان میباشند



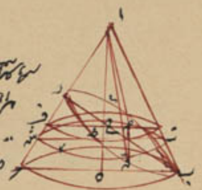
واما استعلام سطح

محیط ب ح یعنی محیط قاعدهٔ مخروط اب ج که بموازره تخمینی حاصل

شده میباشد بمقیاس	[illegible]
نصف این میباشد	[illegible]
ضلع اب میباشد	[illegible]
مضروب این هر دو یعنی سطح مخروط	[illegible]
نصف این یعنی سطح قطعه	[illegible]
ضلع اطول از قطعه دیگر	[illegible]
ضلع اقصر اد در مثال میباشد	[illegible]
مجموع هر دو ضلع میباشد	[illegible]
نصف مجموع دو ضلع میباشد	[illegible]

[illegible]

عمود ح ف یعنی نصف قطر ح ف میباشد	[illegible]
ضعف این میباشد	[illegible]
نسبت محیط قاعدهٔ مخروط یعنی محیط دایره یعنی	[illegible]
بنصف قطر ب ه یعنی به	[illegible]
مثل محیط دایره بنصف قطر مساوی ف	که مجهول است
بنصف قطر ح ف یعنی به	[illegible]
سطح طرفان یعنی مضروب محیط قاعدهٔ مخروط در [illegible]	
وقسمت نمودن حاصل ضرب را بر [illegible] درجه خارج قسمت محیط دایره	
بنصف قطر مساوی [illegible] است و باید ال نسبت	
محیط دایره بنصف قطر ه یعنی مساوی [illegible] بمحیط دایره بنصف قطر	
مساوی [illegible] مثل نسبت [illegible] میباشد به [illegible] یعنی محیط	



قاعدهٔ مخروط یک مساوی و نصف محیط

دایرهٔ ب نصف قطر ح ف یعنی محیط د ا ب نصف قطر ح ف

مساوی دو ثلث محیط قاعدهٔ مخروط ا ب ش یعنی ...	۵۰ لط مطه
نصف این میباشد	۱۰ مط نا م
مضروب در ... [illegible] میباشد	هر د ا و

معادل ا ب با نصف سطح مخروط ا ب ج ۷۶

وطریق دیگر نصف محیط ا ب ۷۶ بالفرض مساوی سه شی ۳

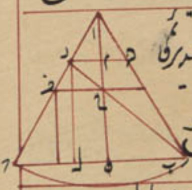
وضلع ا ب میباشد بمقیاس واحد طول	۶۰
مضروب سه شی در ۶۰ میباشد	۱۸۰ شی
ومحیط نصف قطر ح ف نیز نصف قطر ...	۲ شی
ضلع ا ب یعنی ضلع اطول قطعهٔ ا ب ط میباشد	۶۰

[illegible] نصف محیط ... [illegible]

ضلع ا د ... ضلع

ضلع ا د یعنی ضلع اقصرش میباشد	۳۰
مجموع این هر دو میباشد	۹۰
نصف این میباشد	۴۵
مضروب این در دو شی میباشد	۹۰ شی
معادل ا ت با نصف سطح بدن مخروط	

مثال دیگر فرض میکنیم از مثلث متساوی الاضلاع ا ب ج .



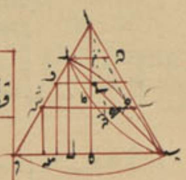
یعنی از مخروط مفروض ا ب ج قطعه ...

قطعهٔ ا ب د ط مائله ضلع اقصرش ا د

مساوی ربع ضلع ا ج یعنی بمقیاس واحد طول ۱۵

دو عمود د ل د م ه ب ر ه ج و ا ه رسم نمودیم و د م را امتداد

دادیم بضلع ا ب بنقطه ه و عمود ح ف از فصل مشترک قطر



قطر اطول قاعدهٔ قطعهٔ مفروضه و سهم اه

رسم نمودیم و عمود ف [illegible]

بشکل اول از مقالهٔ سادسهٔ اصول مثلث اب د [illegible] بشکل

دوم از مقالهٔ اول این رساله سطح قطعهٔ ا ب ط ربع

سطح مخروط اب ج محیط ب ج را شش شئ

فرض مینمائیم مضروب ضلع اب در نصف محیط ب ج یعنی

در ۳۰ شئ میباشد یعنی در ضلع اب	۱۸۰۰ شئ
ربع این یعنی سطح قطعهٔ مفروضه میباشد	۴۵۰ شئ

نسبت نصف قطر [illegible] باه مثل نسبت ضلع اج به [illegible] یعنی که ه و مساوی

ربع ج ه و نسبت عمود اه بعمود دل مثل نسبت ج ه به [illegible]

یعنی عمود دل مساوی [illegible] ربع عمود اه میباشد و م ه

مساوی دل

مساوی دل پس ضلع ه ل میباشد	۷ ½
ب ه ل میباشد مساوی نصف [illegible] یعنی	۳۷ ½

و نسبت عمود دل بعمود ه ح از [illegible] مثل نسبت ضلع ه ب

به ه ب یعنی ه ح مساوی دل منهای خمس دل یعنی ضلع ف ح

از مثلث دل مساوی دف منهای خمس ده یعنی دف

مساوی خمس دف میباشد یعنی خمس ۴۵ یعنی	۹
و مجموع اد دف یعنی مجموع ۱۵ و ۹ میباشد	۲۴
و ح ف مساوی نصف اد ف میباشد یعنی	۱۲
و مجموع ضلع اطول اب یعنی ۶۳ و ضلع اقصر اد یعنی ۱۲ میباشد	۷۵
نصف این میباشد	۳۷ ½
مضروب ۳۷½ در ۱۲ میباشد یعنی مضروب ضلع [illegible]	۴۵۰

یعنی مضروب نصف مجموع دو ضلع [illegible] در [illegible]

معادل است با ربع سطح بدن مخروط ا ب ج د پس مقرر و
نصف مجموع دو ضلع اطول و اقصر از قطعهٔ مفروضه ا ب د ط
از مخروط مستدیر قائم ا ب ج د در نصف محیط دایرهٔ که نصف قطر
مساوی عمودی که از فصل مشترک قطر اطول قاعدهٔ قطعه و سهم مخروط
بر سهم مخروط عمود باشد مساوی سطح بدن قطعهٔ مفروضه ا ب

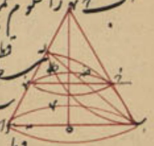
نتیجهٔ اول دو قطعهٔ متساوی السطحین از مخروط مستدیر قائم و متساوی
الحجمین میباشند در صورتی که سطح

نتیجهٔ دوم سطح بدن هر قطعه از مخروط مستدیر قائم
مساوی است با حاصل ضرب نصف مجموع اطول و اقصر خطوط
واصله بین رأس و محیط قاعدهٔ قطعهٔ مفروضه در نصف محیط دایرهٔ
به نصف قطر مساوی عمودی که از فصل مشترک قاعده و سهم مخروط

خارج سطح مخروط

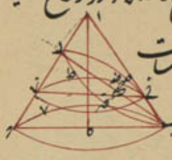
خارج سطح بدن مخروط شود و عمود بر سهمش باشد **نتیجهٔ سوم**
سطح قاعدهٔ هر قطعهٔ مایله از مخروط مستدیر قائم که دارای
یک قاعده باشد معادل است با سطح بیضی که نصف قطر اطول
مساوی قطر اطول قاعدهٔ قطعهٔ مفروضه و قطر اقصر مساوی عمودی که
در سطح قاعدهٔ قطعه بر نصف قطر اطولش واقع و خارج محیط قاعده شود

شکل پنجم خواستیم حجم قطعهٔ ا ب د ط مایله از مخروط مستدیر قائم
ا ب ج د را معلوم نمائیم بشکل هشتم از مقالهٔ اول این رساله
قطعهٔ قائمهٔ ا خ ح ضه که سطحش مساوی سطح این

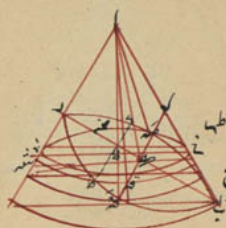


قطعهٔ ا ب د ط مایلهٔ مفروضه باشد یعنی مثلث
ا خ ح ضه مساوی مثلث ا ب د رسم مینمائیم و بشکل اول از
این مقاله حجم قطعهٔ ا خ ح ضه یعنی حجم مخروط اصغر ا خ ح را معلوم مینمائیم

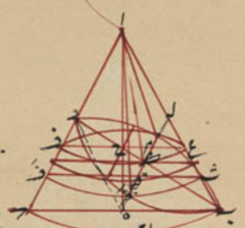
یا آنکه سطح قاعده اش را معلوم می نمائیم یعنی از دو قطری
از قاعده که یکی قطر اطولش و دیگری قطری که تقاطع بر قوائم
با قطر اطول نموده باشد یعنی عمود بر منتصف قطر اطول باشد
نصف محیط دایره به نصف قطر یکی از این دو قطر را در نصف
قطر دیگر از این دو قطر ضرب می نمائیم مساوی سطح قاعده
ب د ط می باشد ثلث سطح قاعده را در ارتفاع قطعه یعنی



در خطی که از راس قطعه بر سطح قاعده مسامت
قاعده اش عمود شود ضرب می نمائیم ب
یا ثلث ارتفاعش را در سطح قاعده اش ضرب می نمائیم
حاصل ضرب مساوی حجم قطعه مفروضه ا برهان شکل مقدم
و شکل ۱۳ و ۱۴ از مقاله سوم و شکل چهارم از مقاله اول
کلام تم



شکل ششم سطح بدن قطعه مائله ا ب د ط ه
از مخروط مستدیر قائم ا ب ج که از دوران
مثلث ا ب ج حول محور ا ج حادث شود با سطح قطعه ا ح قائمه که از دوران
مثلث متساوی الساقین ا ح حول محور ا ط از سهم ا ط ه حادث شود در صورت
تساوی دو مثلث هرگاه عمود ط ح بر قطر ب ج در سهم ا ه عمود باشد نیز
تساوی می باشد برهان شکل مقدم را اعاده نمودیم در مثال اول از امثله
شکل مقدم ضلع ا ب مقیاس واحد طول که ضلع مثلث ا ب مساوی
ب ۶ مقیاس واحد محسوب دارید می باشد ۴۵ یعنی ۶۴ مجذورش یعنی مربعش
می باشد ۲۰۲۵ یعنی مربع ضلع ا ه یعنی مربع نصف مجموع دو ضلع ا ه
یعنی مربع نصف مجموع دو ضلع ا ب ا د و مربع عمود د ه شکل مقدم می باشد ۴۵۵
یعنی د ه بعد از نقصان از باقی مربع ضلع می باشد



فرض نمائیم عمود قه صه که با سطح قاعده ط ...

حول محور ... د دوران نموده بنقطه قه از محیط دائره فه قه ش

رسیده است اقه را وصل نمودیم ضلع اقه یعنی ضلع اش شکل مقدم میباشد.

بهان مقیاس ... یعنی ده ضلع ... در ضلع اه میباشد زاویه

ده تمام چهار قائمه میباشد از دو زاویه قائمه ده و دو ثلث قائمه

و دو ضلع ه ح ... دوی پس دو زاویه ح ه د ه د ح ... و هر یک ثلث قائمه

یعنی مجموع دو زاویه متساویه که تمام قائمه و ثلث میباشند از دو قائمه

هر یک ثلث قائمه است یعنی دو زاویه ه د ب متساویه

ضلع ه ح مساوی دو ضلع ب د و دو ضلع ح د مشترک ه ح

ه ح عمود است بر ح د عمود ه ح ... را تقاطع نماید بقطع ...

بنقطه م و مساوی دو زاویه ه ب ح ب دو ضلع ب ...

و نصف ضلع ... نقطه ...

... میباشد

و ضلع ه ه میباشد ... و شکل ... متساوی الاضلاع ...

قطر ... از شکل متساوی الاضلاع ... میباشد ... یعنی م ... و ضلع

... یعنی فضل ضلع ... میباشد ... ضلع ... مساوی ثلث

ضلع ... میباشد یعنی ضلع ... میباشد ... این از نصف قطر ح

یعنی از ... انفصال شده باقی ضلع ... میباشد ... و این ...

نصف نصف قطر ... میباشد مربعش میشود ۱۰۰ ام و نصف قطر

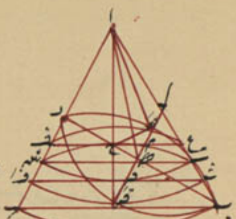
... میباشد ... و مربعش میباشد ۴۰۰ ... یعنی مربع ضلع ...

و ضلع ... یعنی نصف نصف قطر ... معادل جیب قوس ... میباشد

تمام قوس ... تا ... میباشد ... جذرش یعنی جذر باقی

... از مربع ... مربوع ... منهای مربع ... میباشد ...

یعنی با جزئی که نصف قطر ... مربوع ... محسوب دارند و نصف قطر ... میباشد



مثلث این سطح که نه مربعش مساوی است یعنی مربع ضلع

یعنی ثلث مربع ضلع اد یعنی ربع مربع ضلع اح میباشد ٤٤٥ ٣٠٠

ضلع اح میباشد ... مربعش میباشد ام ... مجموع این دو مربع ٤٠٠

میباشد دم ... معادل با مربع نصف قطر حه یعنی با مربع ح ف

وجذرش میباشد ... یعنی نصف ضلع اف یعنی نصف ضلع اه

یعنی ضلع اه میباشد م ... وضلع اه میباشد ... ومجموع این

میباشد ال ... نصف این مجموع میباشد ... مساوی است

با نصف مجموع دو ضلع اب و اد یعنی با ... ومضروب این

در نصف محیط دایره بر نصف قطر ف مساوی است با مضروب ضلع اح

در محیط ح ف ... شکل متقدم پس در هر صورت سطح دو قطعه مفروضه از

دوران دو مثلث متساوی مفروض حول محور از سهم مخروطش مساوی است

یعنی جمیع قطعات که از دوران مثلثات متساویه مختلفه که زاویه راس آن راس مخروط

دو ضلع هر یک

دو ضلع هر یک از اضلاع مخروط باشد و بقواعد دوران مثلثات

مختلفه متساوی السطوح میباشند بالفرض قطعات اب ره

اب دک و غیرهما که از دوران ... قائمه متساوی

که از دوران مثلثات متساویه



اب دطه اب د اح ... حول

محور خود از سهم اه حادث شده اند متساوی السطوح

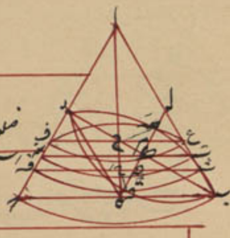
میباشند ... شکل متقدم و این شکل

بشکل متقدم حجم قطعات مفروضه متساوی است و قاعده

هر یک سطح نصفی سطح است یعنی در صورتیکه قطر قاعده

قاعده قطعه مفروضه موازی سطحی باشد که سهم مخروط عمود بر آن سطح

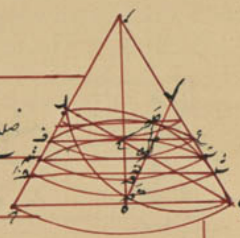
باشد داما در صورت مثال این شکل مثالی بیاوریم



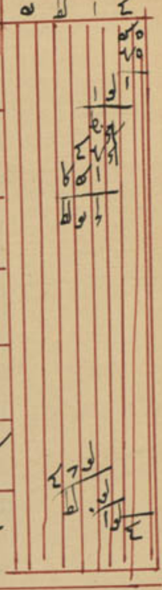
ضلع ب ل میباشد	۳۰ ل ٤
نصف این یعنی ضلع ل ع ت	۱۰ ه ٤
ضلع ت ث میباشد ٤ مجموع مربع ضلع ل ع ت ث	۲۰ ک ٤
ضلع ث ه شکل ب از سادسه اصول میباشد	۲۰ ک ٤
ضلع ث ح ف یعنی ا ث از مثلث متساوی الاضلاع ا ث ف میباشد	۵۰ ن ٤
نصف این یعنی نصف قطر ث ح میباشد	۲۵ که ٤
مربع این یعنی مجذور ش میباشد	۶۲۵ خکه ٤
بعد از اسقاط ضلع ث ه یعنی ک ٤ از نصف قطر ث ح یعنی از که ٤ باقی ضلع ح ه	۵ ه ٤
مربع این یعنی مجذور ش میباشد	۲۵ که ٤
بعد از اسقاط مربع ضلع ه ح یعنی که ٤ از مربع نصف قطر ث ح یعنی از خکه ٤	
باقی مربع عمود ق ه شکل عروس میباشد	خ ٤ ٤

ضلع ه ک یعنی ضلع

ضلع ه ک یعنی ضلع ت ث میباشد	۵ ه ٤
مربع این میباشد	۲۵ که ٤
مجموع این دو مربع یعنی مربع عمود ق ه ک میباشد	۶۲۵ خکه ٤
جذر این یعنی عمود ق ه ک میباشد	۲۵ که ٤
و اما مواتره استعلام عمود ح م نصف قطر ع ح میباشد یعنی اولا ضلع مثلث متساوی الاضلاع ا ع ف	۲۰ ک ٤
مربع این میباشد	۴۰۰ د م ٤
ضلع ل ع یعنی فضل م ٤ بر ل ٤ میباشد	۱۰ ی ٤
ضلع ع م از مثلث متساوی الاضلاع ل ع م میباشد	۱۰ ی ٤
بعد از نقصان ی ٤ از ک ٤ باقی ضلع م ح میباشد	۱۰ ی ٤
مربع این یعنی مجذور ش میباشد	۱۰۰ ا م ٤
بعد از نقصان مربع ضلع م ح یعنی ا م ٤ از مربع نصف قطر ع ح یعنی از دم ٤ باقی مربع عمود ح م میباشد	٤٤٥ ۳۰۰



ضلع م ح مساوی ضلع ح ب میباشد	٤٥
مربعش میباشد	٤ که ٢٥
مجموع این دو مربع معادل مربع عمود ح ه میباشد	٤ که ٥ ٣٢٥
ضلع این مربع ج ذر این مربع عمود ح ه میباشد	٤ الط نه
عمود ق ح حاصل شده بعد	٤٤٤ که
مجموع این هر دو میباشد نصف قطر ق ح	٩ الط نه
قطر ب ح د بود	نا ز ملر ط
نوع قاعده ب ق ط د ح سطحی است که احاطه کرده	
ب ق ط د ح بقطر اطول نازملرط و قطر قصر	٩ الط نه
که قطع ناقص گویند و معادل است	
با سطح دو نصف بیضی سطح بقطر اطول مشترک	نا ز ملر ط



و نصف قطر قطعه

و نصف قطر قطعه ب ح ح میباشد	٤ الط نه
و نصف قطر قصر قطعه ب ق ط د ح میباشد	که ٤٤٤
مجموع هر دو میباشد ٩ الط نه نوع معادل سطح بیضی سطح بقطر اطول	
نا ز ملر ط و بقطر قصر مساوی	ح ا الط نه
و در شکل متقدم بود بقطر اطول نازملرط و بقطر قصر	که له
تفاضل دو قطر قصر در مثال شکل متقدم و این شکل میباشد	٤ لو ٧
نوع قاعده قطعه نوع سطح بیضی سطح در مثال این شکل مساوی	
نصف محیط دایره بقطر نازملرط در ٤ لو ٧ اعظم از سطح	
بیضی سطح در شکل متقدم است و در شکل متقدم دو ضلع ا ق ا ح متساوی	
و ا ط ا ه متساوی بود بسبب آنکه ط ح عمود در سهم ا ه بود دو ضلع	
نوع ارتفاع قطعه متساوی بود و عمود در سطح قاعده قطعه و در مثال این شکل	



بسبب قصر بودن ضلع اهٔ از اهٔ و اطول
بودن ضلع اقهٔ از اقهٔ ارتفاع قطعه یعنی عمودی که از راس قطعه یعنی از
راس مخروط بر سطح متساوی قاعدهٔ قطعهٔ ب قهٔ ط د ه ح و واقع شود
بسبب مایل واقرب شدن اجزای سطح ب مه ح د ه از راس قطعهٔ اقل
از ارتفاع در شکل مقدم است در مثال سطح بیضی سطح اقهٔ مه
میباشد بقطر اطول نا ز ما لط و بقطر اقصر ح ا لط نه و در مثال
شکل مقدم بود بقطر اطول نا ز ما لط و قطر اقصر مه که له ه بتمامی عکس
مضروب قطر اقصر مثال در قطر اطول میباشد له مه نه لو

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

حاصل ضرب مه که له ه قسمت شد
میباشد نه ما نه لح یعنی نسبت فضل قطر اقصر مثال
بر قطر اقصر شکل مقدم بقطر اطول افزوده شده خارج قسمت مساوی ضلع
اکثر معروض است

از مثلث مفروض اب د مساوی مثلث اب د میباشد نسبت ارتفاع
مثلث اب د بقاعدهٔ مثلث اب د مثل نسبت ارتفاع مثلث اب د
بقاعدهٔ مثلث اب د مضروب ارتفاع ادیعنی له د در قاعدهٔ
نا ز ما لط میباشد که ح د ما ل حاصل
ضرب بر نه ما نه لح قسمت شد ارتفاع
مثلث مفروض اب د میباشد که له د ل
فضل قطر ب د بر قطر ب د میباشد نا ز ما لط

لح	نه	ما	نه	
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	مه
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	که
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	له
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	ه
له مه نه لو				

مضروب قطر ب د یعنی نا ز ما لط
در قطر اقصر یعنی در ح ا لط نه
میباشد له مه نه لو
حاصل ضرب مساوی مضروب نه ما نه لح میباشد یعنی سطح بیضی سطح



بقطر اطول نا ز ما کط و قطر قصر مساوی

یو الط نه مساوی نصف سطح بقطر اطول نه ما نه نح

و قطر قصر مه که له مساوی ا ت

نسبت محیط دایره بقطر مساوی ا ی د ا نیه ح ح کط ما بقطر نصف به ا ی د ا

شل نسبت محیط مجهول است بقطر مساوی یو الط نه





سطح طرفان یو مضروب ح کط مط منها

در یو الط نه میباشد محیط قطر قصر

نصف سطح مفروض . نه ح لط کو

نصف این میباشد ا د له یو ح

نصف قطر این میباشد کح کح د ل

مضروب در سطح کط نه ح ط ما

ثبل این میباشد ط مو ط لط م

ارتفاع قطعه کط له د ل

مضروب در حجم قطعه ... ح ع له که

حجم قطعه ا ب د ط ماله دیگر که سطح بین و قاعده این که سطح بین و قاعده قطعه

ا ب ج ط ... اول شکل مساوی است و حجم قطعه ماله ... در شکل

معلم کوم

مقاله سوم در اعمال مرکبه از سطوح و اجسام مخروطات و تلوات و مجسمات

و قطعات از مخروطات و اطوانات و نسبت ایشان بیکدیگر شکل اول

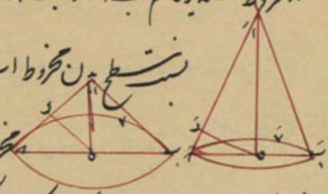
نسبت سطح بین مخروط مستدیر قایم بسطح قاعده مخروط مستدیر قایم بایدکه

مساوی بحجمش شل نسبت ارتفاع مخروط بالی ا بخطی که

از مرکز قاعده مخروط اول بضلعش عمود شود مثال میباشد

دو مخروط مستدیر قایم ا ب ح و ا ب ح متساوی الحجمین

نسبت سطح بین مخروط ا ب ح بسطح قاعده



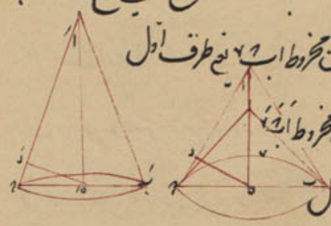
مخروط ا ب ح

شل نسبت ارتفاع ا ه میباشد بخط ه د که از مرکز قاعده

ب ح عمود بر ضلع ا ح شده برهان بشکل ط از مقاله

حادیه عشر اصول و بقضیه پنجم از مقاله هشتم کتاب هندسه با لنفق اخلیف.

حاجی نجم الملک حجم هر یک از دو مخروط مساوی است با حاصل
ضرب ثلث قاعده در ارتفاعش بقضیهٔ دوازدهم از ثانیه عشر
مقاله حجمی که از دوران مثلث اه‌ح حول محور اه حادث شود
یعنی حجم مخروط ابح مساوی است با مضروب ثلث سطح که از
دوران ضلع اح حادث شود در عمود ده پس بشکل یو
از مقالهٔ سادسه اصول مضروب ثلث سطح بدن مخروط ابح
در عمود ده یعنی سطح طرفین مساوی است با حاصل ضرب ثلث
سطح قاعده بح در ارتفاع اه یعنی سطح وسطین پس نسبت
سطح بدن مخروط ابح یعنی طرف اول

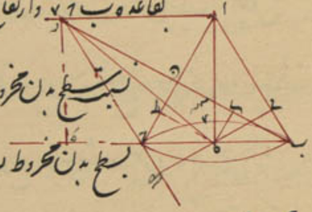


بسطح قاعدهٔ مخروط ابح
یعنی بوسط اول

مثل نسبت ارتفاع اه

مثل نسبت ارتفاع اه است یعنی وسط ثانی بعمود ده یعنی
بطرف ثانی و در این شکل اختلاف وقوع است یعنی اگر دو مخروط
مختلف الارتفاع اند چنانچه در شکل است و اگر متساوی الارتفاع
باشند بشکل یا از مقالهٔ ثانیه عشر اصول متساویة القاعدتین
میباشند و در هر دو صورت برهان یکیست و همچنین نسبت
سطح بدن مخروط ابح است بسطح قاعدهٔ مخروط ابح
مثل نسبت ارتفاع اه است بعمود ده د شکل دوم
دو مخروط مستدیر مائل و قائم بالارتفاع و قاعده متساویه
نسبت سطح بدن مخروط قائم بسطح بدن مخروط مایل مثل نسبت
مجموع دو نسبت دو خطی است که از مرکز قاعدهٔ مخروط مایل بمحیط
اطول و اقصرش عمود شود بنسبت بدو نظیرش از مخروط قائم

و همچنین است نسبت سطح بدن مخروط مایل بسطح بدن مخروط
قائم مثل مجموع دو نسبت دو خطی است که از مرکز قاعدهٔ مخروط دو
قائم بدو ضلعش عمود شود بنسبت بدو عمود نظیر خود از نظیرش از مخروط مایل
مثال دو مخروط داشته را ب ح قائم و د ب ح مایل
قاعده ه ب ح و ارتفاع ا ه د ب مساوی



نسبت سطح بدن مخروط ا ب ح قائم
بسطح بدن مخروط د ب ح مایل مثل
مجموع نسبت عمود ه ی بعمود ه ح و عمود ه ط بعمود ه ط
و همچنین است نسبت سطح بدن مخروط د ب ح مایل بسطح بدن
مخروط ا ب ح قائم مثل مجموع دو نسبت عمود ه ح بعمود ه ی
و عمود ه ط بعمود ه ط برهان حجم مخروط ا ب ح قائم از دوران

مثلث قائم الزاویه

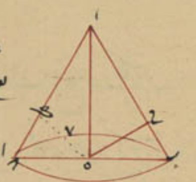
مثلث قائم الزاویه ا ه ب حول محور ا ه حادث شده بقضیهٔ
دوازدهم از مقالهٔ هشتم کتاب هندسه مزبور حجمی که از دوران مثلث ا ه ب
حول محور ا ه حادث شود یعنی حجم مخروط قائم ا ب ح یعنی حجمی
که از نصف دوره دوران مثلث ا ب ه حول محور ا ه حادث شود
مساوی است با حاصل ضرب ثلث سطحی که از ضلع ا ب و ضلع ا ه
در آن نصف دور حادث شده در عمود ه خ یعنی حاصل ضرب
مساوی حجم مخروط قائم است ا ب ح یعنی حجم مخروط مایل د ب ح و بهمان
قضیه حجمی که از نصف دوران مثلث د ب ه مایل بر نصف محیط
همان دایره قاعدهٔ حول محور د ه یعنی حول سهم ده حادث شود
مساوی است با حاصل ضرب ثلث سطحی که از ضلع د ب از مخروط مایل
در نصف دورانش بر محیط همان قاعده حول محور د ه حادث شود در

در عمود د ه که بر ضلع د ب عمود است و مسطحان نیز مجسم مخروط د ه ا
از مخروط مایل د یعنی مساوی است با حاصل ضرب ثلث مسطح
نصف دوران ضلع د ه حول د ه مایل در عمود د ه که بر ضلع
د ه واقع است یعنی مجسمی که از نصف دوران مثلث د ب ه مایل حول



محور د ه بر محیط همان قاعده که
حادث شود یعنی مجسم مخروط د ب
مایل مساوی است با مجموع ثلث مسطحی که از دوران ضلع د ب نصف
محیط قاعده حول محور د ه حادث شده در عمود د ه و ثلث مسطحی که
که از دوران ضلع د ه بر نصف محیط قاعده حول محور د ه حادث شده
در عمود د ه و زیاده و نقصان یعنی طول و قصر چهار عمود مزبور
از دو مخروط قائم و مایل نسبت عکس زیاده و نقصان ضلع نظیر هر یک است
نسبت کمی کم

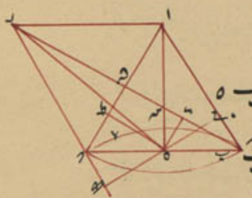
یعنی نسبتی که ضلع د ب مایل اطول است از ضلع ا ب نظیرش
از مخروط قائم همان نسبت عمود د ه ا قصر از عمود ه ح است
یعنی بشکل لزوم از مقاله اولی و بشکل ا از مقاله سیم اصول
مثلثات اربعه ا ه ب، د ه ب، ا ه د، د ه ا متساویه و سطح هر یک
از دو مثلث ا ب ه، د ب ه مساوی نصف سطح قاعده است
ا ب، د ب است در ارتفاع ح ه و ه د پس طول و قصر ا ب
د ب عکس طول و قصر در ارتفاع ع ه ح ه د و همان قضیه دوازدهم
از مقاله ششم کتاب هندسه تالیف جناب حاجی نجم الملک است که حجمی
که از دوران مثلث د ه ا حول محور د ه حادث شود مساوی است با
حاصل ضرب ثلث سطحی که از دوران ضلع ا ه حاصل شود در ارتفاع
مثلث د ه ا یعنی حاصل ضرب ثلث قاعده مخروط مایل در ارتفاعش



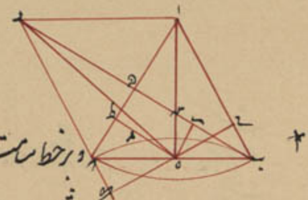
یعنی ثلث نصف دوران ضلع ه ا در
ارتفاعش مساوی نصف حجم مخروط
یعنی در عمود ه ح
یعنی مساوی حجم مجسم د ا ه پس حاصل ضرب ثلث نصف دایره
قاعده مخروط در ارتفاعش مساوی است با حاصل ضرب ثلث سطح
مجسم د ا ه در عمود ه ح و سطح مجسم بتفصیل مزبور ه حاصل ضرب
ثلث نصف قاعده که از دوران ضلع ب ا از مثلث د ب ه است در نصف محیط
قاعده حول محور د ه در ارتفاع مخروط مساوی است با حاصل ضرب ثلث سطح مجسم
د ب ه یعنی در عمود ه ب یعنی مجسم نصف مخروط ا ب ج پس شکل دو
از مقاله سادسه اصول است سطح مخروط ا ب ج قائم سطح
مخروط د ب ج مایل بارتفاع و قاعده متساوی مثل مجموع دو نسبت
عمود ه ب بعمود ح ه و عمود ح ه بعمود ط ه و ایضا نسبت سطح

مخروط مایل د ب ج

مخروط مایل د ب ج بسطح مخروط ا ب ج مثل مجموع دو نسبت
عمود ح ه بعمود د ه و عمود ط ه به ح ه است و هو المطلوب
و بجهه توضیح مثالی بطریق حساب اهل تنجیم در برهان مینماییم
بیاوریم مثال



فرض مینماییم از دوران مثلث ا ب ه
قائم الزاویه یا نصف دوران مثلث ا ب ج
متساوی الاضلاع حول محور ا ه حجم مخروط مستدیر قائم
ا ب ج حادث شده و مخروط د ب ج مایل بمحور دو سهم
ده میباشد و ارتفاع د ه مساوی ارتفاع ا ه میباشد و ضلع
د ا موازی ضلع ا ب و دو عمود ح ه ط بر دو ضلع
ا ب ا و دو عمود ه ... بر دو ضلع د ب در خط



و در خط ساق ده و ضلع ده
موازی اب میباشد و شکل له از مقاله اولی اصول
مساوی اب و بالفرض آ ۱۴۱ مرفوع مره یعنی مساوی
به مقیاس واحد طول با مقیاس واحد به ۲۰ قسم تجزیه شده
و دو ضلع دب اه که دو قطر متوازی الاضلاع متساوی
الاضلاع اب ده میباشند تقاطع بر قوائم نقطه ه
نموده اند و مثلث ه ده ط مشابه مثلث اه ده میباشد
و نسبت ضلع اب یعنی ۱۴۱ مرفوع مره با رتفاع اه یعنی
بجیب قوس زاویه دو ثلث قائمه که جیب قوس ۶۰ است
یعنی به نا ... مثل نسبت ضلع ب ه یعنی جیب زاویه ثلث قائمه
یعنی ۱۴۱ بعمود ه ح یعنی نصف ارتفاع اه یعنی به نصف جیب ۶۰ درجه

یعنی که نح ده

یعنی که نح ده و از سطح ذو اربعة اضلاع ه ا ده
دو زاویه متقابله ه ده قائمه و زاویه ده ب دو ثلث قائمه
و زاویه ه ده تمام چهار قائمه یعنی یک قائمه و ثلث قائمه
و زاویه ه ده تمام دو قائمه یعنی دو ثلث قائمه پس مثلث
ه ده نیز مشابه مثلث ه ب ح و اضلاع نظائر متناسبه
پس ضلع ه ح نصف ب ه یعنی له ۱۴ یعنی مساوی ربع ضلع
اب و ضلع ده مساوی ده یعنی جیب قوس ۶۰ یعنی نا ...
ضعف آن یعنی ضلع دب میباشد ا ه نه کما
نسبت ضلع اب یعنی ۱۴۱ مرفوع بضلع ه ح یعنی چهار مساوی
مثل نسبت ضعف جیب ۶۰ یعنی ضلع دب بنصف جیب ۶۰
یعنی بضلع ه ح یعنی بربع دب پس نسبت ضلع اب یعنی مضروب فیه

حاصل سطح مجسم اب ه بضلع د ب یعنی بمضروب فیه حاصل
سطح مجسم د ب ه مثل نسبت ضلع ه ب بضلع ه ح
و بشکل یو ح از مقاله سابعه اصول نسبت مضروب عددی در دو عدد
مثل نسبت آن دو عدد است پس نسبت سطح مجسم اب ه
بسطح مجسم د ب ه مثل نسبت عمود ه ا است بعمود ه ح

حال بمؤامره تخمیسی عمل را تمام نمائیم — مؤامره تخمیسی

نسبت محیط بقطر تقریبا ۷/۲۲ و بطور ادق و اقرب بتحقیق
نسبت [illegible]
در صورتیکه قطر را اب مربع مره محسوب دارند و در این مثال قطر
دائره قاعده مخروط مفروض را یعنی ب ه را با زاویه ۱۴۱۴ را
مربع مره یعنی پنج مقیاس واحد طول منظور داشته ایم



پس محیط ب ح ه نصف این مقدار میباشد یعنی	[illegible]
و نصف این میباشد	[illegible]
ضلع اب میباشد	۱۴۱۴
مضروب هر دو یعنی سطح مخروط اب ح ه تمام	[illegible]
نصف این یعنی سطح مجسم اب ه میباشد	[illegible]
عمود ه ح میباشد	[illegible]
مضروب هر دو میباشد	[illegible]
عموده میباشد [illegible] خارج قسمت حاصل ضرب ان میباشد	[illegible]
	[illegible]



بسبب متوازی بودن
دو ضلع اب ده و تساوی ارتفاع اه ده و ضلع اد ب ح
از سطح اب ه متوازی و همین دو ضلع متوازی اب ده متساوی (ش ۳۴ ا ع)
و اضلاع متوازی الاضلاع داب ه متساویه (ش ۳۴ ا ع) و دو عمود ه ح
ه ط از نقطه واحده ه به دو خط متوازی عمود رسته و دو زاویه
داخله ح ه ط معادل دو قائمه است پس ه ح ه ط خط واحد است (ش ۱۴ ا ع)
و دو مثلث ه ح ب ه ط ا بسبب تساوی دو زاویه متقابله ه و دو زاویه
قائمه ح ط و دو ضلع ب ه ه ا متساوی و اضلاع نظایر متساویه (ش ۲۶ ا ع)
پس دو عمود ه ح ه ط یعنی ه ح ه ط متساوی و بحکم مزبور سطح
دو مجسم اه ده ... مساوی قرص مسامت یعنی ح ر د اه
و سطح مجسم د ب ه حاصل شده بود اکا لر و و

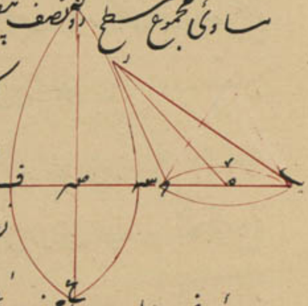
مجموع [illegible]

مجموع این هر دو یعنی سطح مخروط مایل ده ا ب میباشد	نح مه نه و
و اما بطریق حاصل ضرب نصف محیط قاعده در نصف مجموع	
دو ضلع د ب اطول و د ه اقصر	
عمود ب ه مساوی اه یعنی جیب دو ثلث تمام یعنی	نا مه مه مه
ضعف این یعنی ضلع اطول د ب میباشد	مرفوع ا ح نه کسح
ضلع د ه میباشد	مرفوع ا د د د د
مجموع این هر دو میباشد	ح ۹۰ نه کمح
نصف این میباشد	اکا ز مه مه
محیط قاعده مخروط یعنی	ا ح کط مه ا
نصف این	ا ل مه مه ا
مضروب در او نصف سطح مخروط مایل	نح مه مه مه
از طریق اول بود	نح مه مه و



صحیح است

پس سطح بدن مخروط مستدیر مایل مفروض د ب ر ح
مساوی مجموع سطح ده نصف بیضی سطح ه سه ع ف
که قطعه نصف بیضی

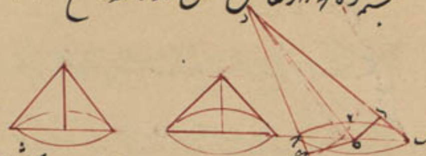


سطح ه سه صه ف
نصف قطر اطول ش ع صه
مساوی ضلع اطول د ب از مخروط مایل مفروض و نصف قطر دیگر
سه صه مساوی نصف ب ه از قاعده مخروط مفروض و قطعه سطح
نصف بیضی سطح سه ع ف صه که نصف قطر سه صه مساوی
نصف قطر قاعده مخروط و ع جه مساوی ضلع د ر یعنی ضلع
قصر مخروط و بشکل چهارم از مقاله اول رساله بیضی سطح
بیضی سطح مساوی ت ا با حاصل ضرب نصف محیط دایره بنقطر سه صه ف

در نصف قطر دیگر

در نصف قطر دیگر یعنی سطح نصف بیضی سطح مساوی حاصل
ضرب ربع محیط دایره بنقطر سه صه ف یا نصف محیط بنقطر سه صه
در صه ع و سطح نصف بیضی سطح ه سه ف صه مساوی ات
با حاصل ضرب ربع محیط بنقطر سه صه ف یعنی ربع محیط قاعده مخروط
در نصف قطر ه صه یا نصف محیط سه صه ف در نصف ه صه
و بشکل ا از مقاله ثانیه اصول سطح نصف محیط دایره بنقطر
سه صه ف در نصف از صه ع و در نصف از صه ه مساوی ات
با سطح با نصف محیط بنقطر سه صه ف یعنی نصف محیط قاعده
مخروط مفروض در نصف مجموع ه صه صه ع **نتیجه اول** سطح بدن
مخروط مستدیر مایل مساوی سطح بیضی مفروضست که قطر اقصر
بیضی سطح مفروض مساوی قطر قاعده مخروط و قطر اطول آن مساوی

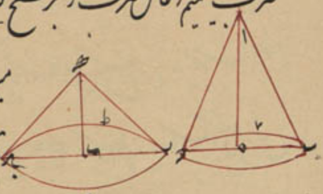
مجموع دو قطر اطول و اقصر آن مخروط باشد نتیجهٔ دوم سطح
مخروط مستدیر مائل مساوی مثلثی است که قاعده‌اش مساوی
محیط قاعدهٔ آن مخروط و ارتفاعش مساوی نصف مجموع دو ضلع
اطول و اقصر آن مخروط باشد یا قاعده‌اش مساوی نصف محیط
قاعدهٔ آن مخروط و ارتفاعش مساوی مجموع دو ضلع اطول و اقصر
آن مخروط باشد نتیجهٔ سوم حجم مخروط مستدیر مائل دب ج ا
مساوی مجموع حجم دو مخروط است که سطح قاعدهٔ یکی مساوی سطح مستدیر
مجسم د ه ج و ارتفاعش مساوی عمود ه ح و سطح قاعدهٔ دیگری



مساوی سطح مستدیر بن مجسم د ب ه و ارتفاعش مساوی عمود ه ب باشد

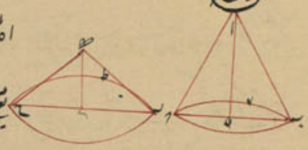
شکل سوم

شکل سوم میباشد مخروط مفروض اب ج د و میخواهیم
مخروطی بر قاعدهٔ د ح ط رسم کنیم که حجمش مساوی حجم مخروط
اب ج د باشد سطح قاعدهٔ مخروط اب ج د را و سطح
د ح ط و ارتفاع مخروط مفروض اب ج د را معلوم میسازیم
سطح قاعدهٔ ب ج د از مخروط مفروض را در ارتفاع ا ه از مخروط مفروض
ضرب میکنیم و حاصل ضرب را بر سطح د ح ط قسمت و خارج قسمت را
میداریم و عمود ه ح ه



بر قاعدهٔ د ح ط
رسم میکنیم
اسم و ه ح ه مساوی خارج قسمت مخروط ه ا ه د ح
ه ط را وصل نموده مخروط ه د ح ط مطلوب را تمام میسازیم برهان
حجم مخروط اب ج د مساوی اه مضروب ثلث قاعده در ارتفاعش

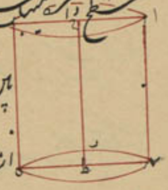
وحجم مخروط مطلوب نیز مساوی ا ب است مضروب ثلث سطح قاعده
در ارتفاعش پس نسبت ثلث سطح ب ز ح به ثلث سطح
د ح ط مثل نسبت ارتفاع ه ح ه میباشد بارتفاع ا ه یعنی
نسبت سطح ب ز ح بسطح د ح ط مثل نسبت ارتفاع ه ح ه بارتفاع
ا ه پس سطح طرفین



یعنی مضروب سطح ب ز ح
در ارتفاع ا ه وخارج قسمت حاصل بر سطح د ح ط میباشد ارتفاع
ه ح ه یعنی ارتفاع ه ح ه در سطح د ح ط مساوی مضروب ارتفاع
ا ه در سطح ب ز ح یعنی مضروب ثلث سطح ب ز ح در
ارتفاع ا ه که حجم مخروط ا ب ز ح میباشد مساوی است
با مضروب ثلث د ح ط در ارتفاع ه ح ه یعنی حجم مخروط ه د ح ط

شکل چهارم

شکل چهارم سطح استوانه مستدیره قائمه مساوی است با حاصل ضرب
محیط قاعده در ارتفاعش. برهان. ارشمیدس در شکل یازدهم
از مقاله اولی کره و استوانه مبرهن نموده است که سطح محیط
هر استوانه مستدیره قائمه سوای سطح دو قاعده اش مساوی
سطح دائره میباشد که نصف قطر دائره مفروضه وسط باشد

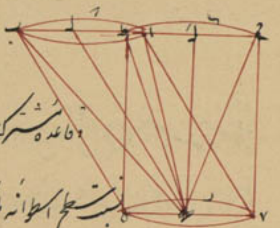


بین ضلع استوانه و قطر قاعده اش و بشکل
از مقاله سادسه اصول مسطح الطرفین
مساوی مربع وسط است یعنی مساوی مربع نصف قطر دائره مفروضه
و هرگاه ارتفاع استوانه و قطر قاعده اش را مساوی و هر یک را
دو مقیاس واحد طول فرض نمائیم مضروب الطرفین یعنی دو در دو
چهار است و مضروب نصف قطر قاعده که مقیاس واحد است در دو

ربع مربعش واحد است پس مربع نصف قطر دایرهٔ مفروضه چهار دی
مربع نصف قطر قاعده میشود و نسبت محیط دایرهٔ مفروضه بنصف قطرش
مثل نسبت محیط قاعدهٔ ب بنصف قطرش و بابدال نسبت محیط
قاعده بمحیط دایرهٔ مفروضه نسبت نصف ا و نسبت نصف قطر قاعده
بنصف قطر دایره نیز نسبت نصف ا محیط قاعده را شیء و محیط
دایرهٔ مفروضه را دو شیء فرض نمائیم مضروب شیء یعنی محیط قاعده
در مقیاس دو واحد حاصلش دو شیء است و مضروب یعنی نصف
محیط دایرهٔ مفروضه در نصف قطرش یعنی در دو مقیاس واحد
حاصلش دو شیء است پس حاصل ضرب محیط قاعدهٔ اسطوانهٔ مفروضه
در ارتفاعش مساوی سطح بدنش میباشد و سطح بدن
اسطوانهٔ مستدیرهٔ قائمه مساوی است با سطح متوازی الاضلاع

قائم الزوایا که

قائم الزوایا که قاعده‌اش مساوی محیط قاعدهٔ اسطوانهٔ مفروضه
و ارتفاعش ارتفاع اسطوانه و نسبت دو متوازی الاضلاع
بر قاعدهٔ واحده مثل نسبت ارتفاع بارتفاع است (یعنی با ارتفاع
واحد نسبت قاعده است بقاعده) پس سطح بدن هر اسطوانهٔ مستدیره
مستدیرهٔ قائمه مساوی است با حاصل ضرب محیط قاعده
در ارتفاعش شکل پنجم نسبت سطح اسطوانهٔ مستدیرهٔ مائله
بسطح اسطوانهٔ مستدیرهٔ قائمه بارتفاع واحد و قاعدهٔ واحده
مثل نسبت قطر قاعده بسهمش که آب عمودیکه از مرکز قاعده
در سطح واقع میشود و سهم قائم و مایل باشد و عمود بر ضلع مایل
اسطوانهٔ مائله شود شکل میباشد اسطوانهٔ مستدیرهٔ مائلهٔ اب
ج د و اسطوانهٔ مستدیرهٔ قائمهٔ ح ط ه ی ز ه د و قاعده



و قاعده مشترکه ه د و مرکز قاعده ح
نسبت سطح اسطوانه مائله اب ح ز ه د بسطح اسطوانه
ح ط ح ی ه د مثل نسبت نصف قطر ه ب بعمود ه م بر
اه ب ه ط ه ح ه را حاصل کردیم بتفضیله در او دهم از مقاله
هشتم کتاب هیئه تالیف جناب حاجی نجم الملک حجمی
که از دوران مثلث قائم الزاویه ط ه ه حول محور ه ا قائم
حادث شود مساوی است با حاصل ضرب ثلث سطحی که از
دوران ضلع ط ه حادث شود در عمود ه ع یعنی در نصف قطر
یعنی مجسم اسطوانه مستدیره قائمه ح ط ح ی ه د منهای حجم مخروط
ه ح ط ح و حجمی که از دوران مثلث ب ه ح حول محور
سهم ه ا مائل حادث شود مساوی است با حاصل ضرب ثلث سطحی که

از دوران ضلع ه

از دوران ضلع ب ه حادث شود در عمود ه م یعنی حجم اسطوانه
مائله اب ح ز ه د منهای حجم مخروط مائل ه اب و بشکل یا
از مقاله ثانیه عشر اصول حجم دو اسطوانه قائمه و مائله بقاعده
واحده و ارتفاع واحد متساویه و حجم دو مخروط قائم و مائل محاط در
دو اسطوانه بارتفاع و قاعده متساویه متساوی و بعد از اسقاط
حجم دو مخروط متساوی از حجم دو اسطوانه متساویه باقی حجم
دو مجسم ه اب ح ز ه و ه ح ط ح ز ه د متساوی و بشکل نو از مقاله
سادسه اصول سطح طرفین یعنی مضروب ثلث سطح اسطوانه
مائله اب ح ز ه د در عمود ه م مساوی است با سطح وسطین یعنی مضروب
ثلث سطح اسطوانه ح ط ح ی ه د قائمه در نصف قطر ه ب پس نسبت
سطح اسطوانه اب ح ز ه د مائله یعنی طرف اول بسطح اسطوانه قائمه

ط ح ه ح ه یعنی اوسط اول اش نسبت نصف قطر قاعده ک یعنی ه و
بعمود ح ه م **نتیجه** سطح اسطوانهٔ منشدیرهٔ مائله حاصل میشود از
ضرب نمودن حجمش در نصف قطر قاعده و قسمت نمودن حاصل
ضرب بر عمودیکه از مرکز قاعده بر ضلعی عمود شود که آن ضلع با خطی که
از سهمش بر قاعده اش عمود شود در یک سطح باشند یا از
قسمت نمودن دو ثلث حجمش بر عمود مزبور و ضرب نمودن خارج
قسمت را در ۳ واحد مساوی ا ب با سطح اسطوانهٔ منشدیرهٔ مائله
شکل ششم در مساحت سطح اسطوانهٔ مضلعه اگر مضلعهٔ منتظمهٔ قائمه
باشد سطحش مساوی ا ب با حاصل ضرب یک ضلع قاعده در ارتفاعش
و مضروب حاصل ضرب در عدد اضلاعش و اگر قائمهٔ غیر منتظمه باشد
مساوی ا ب با حاصل ضرب محیط قاعده یعنی طول مجموع اضلاع

قاعده در ارتفاعش

قاعده در ارتفاعش و اگر منتظمهٔ مائله باشد با حاصل ضرب قاعده
یک ضلع از متوازی الاضلاعات محیطهٔ باسطوانه در ارتفاع
همان متوازی الاضلاع و مضروب حاصل ضرب در عدد اضلاع

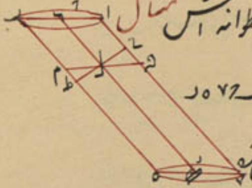


قاعده اش برابر است با آنکه سطح
بدنش مساوی است با سطح مجموع متوازی
الاضلاعات محیطهٔ باسطوانه و اگر مائله
غیر منتظمه باشد هر ضلع را تقسیم بدو مثلث نموده سطح مجموع
مثلثات سطح بدنش میباشد **شکل هفتم** سطح قطعهٔ مائله
از اسطوانهٔ منشدیرهٔ قائمه مساوی است با حاصل ضرب نصف مجموع
دو ضلع اطول و اقصر قطعهٔ مفروضه در محیط قاعده اسطوانه
مفروضه قائمه **مثال** میباشد قطعهٔ ا ب ح ه و ح از

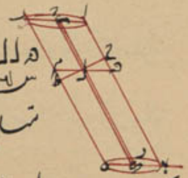


از استوانه مستدیره قائمه اب ج د م ط
سطح بدنش مساوی است با حاصل ضرب نصف
مجموع ا ج ب ه در محیط قاعده ج د ط
ه ج قطر قاعده قطعه مفروضه در نقطه ل بسهم ی ه تقاطع
نموده است ه م و ل سه ه موازی ج ه ی یعنی موازی قطر قاعده
استوانه رسم و یک سطح موازی قاعده استوانه قطع استوانه
فرض نمودیم دو مثلث ه ج ل و ل ه سه ب مساوی دو زاویه
متقابله ه ل ج و ه ل سه و دو زاویه قائمه ه سه و دو ضلع ه ل ل سه
مساوی و اضلاع نظایر متساویه پس نصف مجموع دو ضلع
ا ج ب ه یعنی ا ج منهای ج ه یا ب ه باضافه ه سه یعنی ا م ه
یعنی سهم ی ک ارتفاع استوانه قائمه ا ب ه سه در محیط قطر ه ا سه
مساوی قطعه

مساوی سطح قطعه مائله مفروضه اب ج ه د از استوانه
مستدیره قائمه اب ج ج ط شکل هشتم نسبت سطح
قطعه مائله از استوانه مستدیره مائله بسطح استوانه مستدیره مائله
مثل نسبت سهم قطعه مائله است بسهم استوانه است مثال ا



میباشد استوانه مستدیره مائله اب ج ه د
وقطعه مائله مفروضه اب ج ط و قاعده
قطعه با سهم ی ه تقاطع نموده است در نقطه ل نسبت سطح
قطعه ا ج ب ط بسطح اب ج ه مثل نسبت سهم ی لا است بسهم ی ه
برهان خط ل م ه موازی ج ه ه یعنی موازی قطر قاعده استوانه
رسم نمودیم دو مثلث ه ج ل و ل ط م نسبت متساوی دو زاویه متقابله
ج ل ه ل ط م و دو زاویه متبادله ج ه ل ط م ل و دو ضلع



ه ل ل م مساوی واضلاع وزوایای نظایر (س ۱۸ ا ط من المقاله)

متساویه وبعد از اسقاط سطح ه ل ح

از سطح ا ح ه ب ل واضافه بر سطح ب ل ب م سطح

ا ه ب م مساوی سطح ا ح ب ط ونسبت سطح متوازی

الاضلاع ا ه ب م یعنی سطح قطعه ا ب ح ط سطح متوازی

الاضلاع ا ز ب ه مثل نسبت قاعده ا ه به ا ز یعنی نسبت سطح (س ا و ۱۵)

ا ح ب ط سطح اسطوانه مائله ا ب ه و ح د مثل نسبت سهم

ه ل بسهم ح ط پس بشکل یو از مقاله سادسه اصول سطح

وسطین یعنی مضروب سهم ه ل یعنی سهم قطعه مفروضه

در سطح اسطوانه مفروضه مساوی است بسطح طرفین یعنی

مضروب سطح قطعه مفروضه در سهم ح ط یعنی در سهم اسطوانه مفروضه

تم سطح القطعه

نتیجه سطح هر قطعه از اسطوانه مستدیره مائله حاصل میشود

از ضرب نمودن سطح کل اسطوانه در سهم قطعه مفروضه وقسمت

نمودن حاصل ضرب را بر سهم اسطوانه خارج قسمت مساوی سطح

بدن قطعه مفروضه است
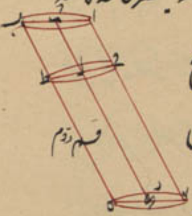
مخفی نماند که در این شکل اختلاف وقوع است بسبب آنکه



یا ط قطر قاعده قطعه مفروضه موازی ه ز

قطر قاعده اسطوانه وسطح قاعده اش

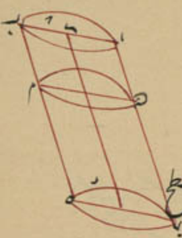
عمود بر متوازی الاضلاع ا ز ح ه یا قطر قاعده قطعه



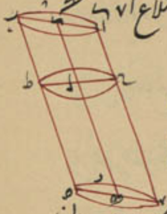
غیر متوازی بقطر قاعده اسطوانه وسطح

قاعده قطعه عمود است بر سطح متوازی

الاضلاع ا ز ح ه دوم یا آنکه



یا ح ط متوازی بقطر قاعده اسطوانه است و سطح
قاعدهٔ قطعه تقاطع غیر قوائم با متوازی الاضلاع ا ب ج ه

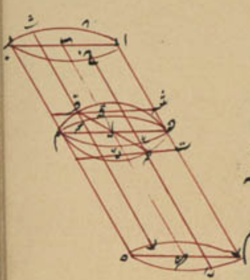


نموده است چهارم یا آنکه ح ط غیر متوازی
بقطر ب ه و تقاطع قاعدهٔ قطعه با متوازی الاضلاع
ا ب ج ه غیر قوائم است در اقسام چهارگانه عمل و برهان
یکیست در قسم و دوم چنانچه در شکل گذشت
در قسم سوم قاعدهٔ قطعهٔ مفروضه مسامت س ه ع و قاعدهٔ



قسم سوم میباشد م ف ه ح ه ایم در قسم اول
محیط قاعدهٔ قطعه بدو ضلع از اسطوانه که واصل بین
بین اطراف دو قطر از دو قاعدهٔ اسطوانه
با دو قطر ا ب و ج د تقاطع بر قوائم نموده اند در دو نقطه س ه ع

و در صورت قسم



و در صورت قسم سوم محیط قاعدهٔ قطعه با آن دو ضلع در دو نقطه
ف ص تقاطع نموده) ف ق ذ ص موازی م ه رسم نمودیم
یعنی بدو سطح ف ق ش ه ص ذ ت موازی قاعدهٔ اسطوانه قطع
اسطوانه و تقاطع بسهم ج ه نموده اند بدو نقطه ق ذ
و بضلع ا ب ملتقی شده اند بدو نقطهٔ ش ت از دو مثلث ف ا ق
ا ص ذ نسبت ساوی دو زاویه متقابله ف ا ق ص ا ذ
و دو زاویهٔ متبادله ا ق ف ا ذ ص و دو زاویهٔ متبادله ا ف ق
ا ص ذ و دو نصف قطر ف ق ص ذ اضلاع و زوایای نظایر
متساویه پس دو ضلع ا ق ا ذ یعنی ه ش ه ت متساوی اند
دو خط ف ش ص خ موازی ا ب رسم نمودیم یعنی از محیط قاعدهٔ
قطعهٔ مفروضه در محیط قاعدهٔ فوقانی ا ب بدو نقطهٔ ش خ ملتقی شدند



ف ث مساوی اشه و صه خ مساوی ات من المقطعه

میباشد و نصف مجموع ضلع اقصر ف ث

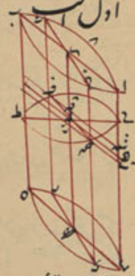
یعنی اشه و ضلع اطول صه خ مساوی اه یعنی بعد از اسقاط ه ت

یعنی بعد از اسقاط فضل صه خ بر اه و اضافه بر ف ث یعنی

بر اشه حاصل مساوی اه پس سطح قطعه اه ب م مفروضه

در صورت قسم سوم مساوی سطح قطعه اه ب در صورت قسم

اول ب ت. قسم چهارم یعنی قاعدتین قطعه مفروضه غیر



متوازی با قاعده استوانه اشس و قاعدتین سطح

با متوازی الاضلاع ا ب ه تقاطع نموده

نموده باشد برهان عمل مزبور مساوی

با سطح قطعه مفروضه در صورت قسم دوم ا ب ت شکل نهم

حجم هر استوانه

حجم هر استوانه مستدیره یا مضلعه قائمه یا مائله مساوی

میباشد با حاصل ضرب سطح قاعده در ارتفاعش مثال

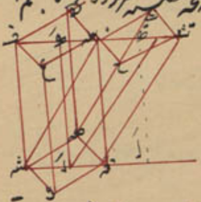
حجم استوانه مستدیره ا ب ج ه ز قائمه و ج ط ه ز مائله

مساوی است با حاصل ضرب سطح قاعده ه ز در

ارتفاع ه ل و ط ل برهان شکل یا از مقاله ثانیه عشر

اصول و قضیه اول از مقاله ششم کتاب هندسه تالیف

جناب حاجی نجم الملک و نتیجه قضیه مزبوره و اما حجم استوانه

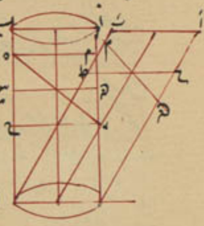




مضلعه قائمه ... قائمه و ...

... مائله مساوی است با حاصل ضرب سطح قاعده ...

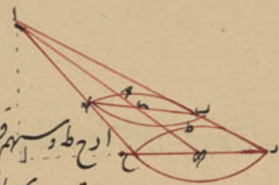
در ارتفاع هـ ل ت ضه برهان بشکل لط از مقاله حادیه عشر اصول
وبقضیه مزبوره شکل نهم دو قطعه قائمه ومائله متساوی
السطحین از اسطوانه مستدیره قائمه متساوی الحجمین ودو
قطعه متساوی السطحین از اسطوانه مستدیره مائله متساوی الحجمین
میباشند مثال حجم قطعه اب هـ ز ح قائمه و اهـ ب ح مائله



متساوی السطحین از اسطوانه مستدیره
قائمه متساوی الحجمین است وحجم دو قطعه اب هـ م
اب ح ط متساوی السطحین از اسطوانه مستدیره
مائله متساوی الحجمین اند برهان بشکل ... ازین مقاله که دو قطعه قائمه
ومائله از اسطوانه مستدیره قائمه که قاعده هر دو با هم مخروط در نقطه
واحده تقاطع نموده باشند متساوی السطحین میباشند وحجم دو مجسم

هـ م ز هـ ح

هـ م ز هـ ه ز ح از اسطوانه قائمه بسبب تساوی اضلاع نظایر [illegible]
وهر یک مساوی نصف قطعه هـ ز ح وهمچنین حجم دو قطعه م هـ ح
هـ ز ح بسبب تساوی اضلاع متساویه وحجم هر یک مساوی نصف
حجم قطعه م هـ ز ح پس حجم دو قطعه قائمه اهـ ب ح ه ومائله اب ز ه
متساوی السطحین از اسطوانه قائمه اب ز ح متساوی الحجمین
وهمین برهان حجم دو قطعه اهـ ب م واح ب ط متساوی
السطحین از اسطوانه مائله متساوی الحجمین اند شکل یازدهم
حجم قطعه مفروضه از مخروط مائل مساوی است با حاصل ضرب
ثلث سطح قاعده اش در ارتفاع قطعه یعنی در عمودی که از راس
قطعه مفروضه بر سطح مماس قاعده اش واقع شود مثال
میباشد قطعه مفروضه اب ج ه ز از مخروط مستدیر مائل مفروض



ادح طـ و سهم قطعه مفروضه ا ح و سهم

مخروط ا ب ح ه و ارتفاع قطعه ا ح حجمش مساوی ا ب مضروب

ثلث سطح قاعده ب ه د ح در ارتفاع ا ل ب ٤١ ن

قطعه مفروضه ا ب ه د ح مخروط اصغر سند تمام ا ت و حجمش

مساوی است با حاصل ضرب ثلث قاعده در ارتفاعش

و اما استعلام قاعده ب ه د ح قطعه ب ح ه د از قاعده

بشکل ٤٠ و ٤١ از مقاله دوم این رساله سطح نصف بیضی

مسطح نقطر اطول ب ح ه و نصف قطر قصر عمود ا ح

که بر منتصف قطر ب ح ه عمود است و بشکل چهارم از مقاله اول

رساله بیضی سطحش مساوی است با حاصل ضرب نصف عمود د

ه ح در نصف محیط دایره بقطر مساوی ب ح ه و قطعه ب ه ح

نیز بشکل ادر

نیز بشکل مزبور نصف بیضی سطح میباشد بقطر اطول ب ح ه و د محیط دایره بقطر ب ح ه

نصف قطر عمود ه ح و سطحش مساوی است با مضروب نصف

در نصف عمود ه ح و بشکل ا از مقاله ثانیه اصول سطح نصف

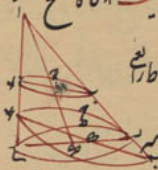
محیط ب ح ه در نصف ح ه مساوی است با سطح نصف

محیط ب ح ه در نصف ا ح و در نصف ب ح ه پس سطح ب ه ح

معادل است با سطح بیضی مسطح نقطر اطول ب ح ه و

قطر قصر ه ح که در منتصف ب ح ه تقاطع بر قوائم نمود

و مسمی میباشد بقطع ناقص تعریف هرگاه سطح مستوی

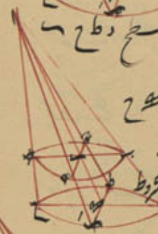
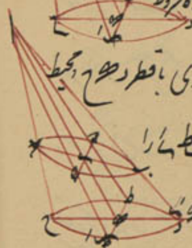


قطع مخروط نماید چنانکه سطح ب ن مخروط را بعد

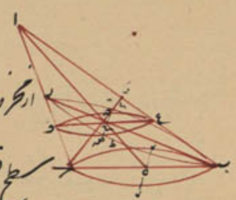
خطوط واصله بین راس و محیط را بتمامه

قطع نماید یا بعد از امتداد آن خطوط تمعق است سطح شود فصل مشترک

دوم قسم مخروط را قطع ناقص گویند   و در این شکل اختلاف

وقوع است ۱ قطر ب ی از قاعدهٔ قطعهٔ مفروضه
موازی قطر د ح از قاعدهٔ مخروطش
و سطح قاعدهٔ ب ی ه نیز موازی با سطح د ط ح است

۲ یا آنکه قطر ب ی موازی قطر د ح
و سطح ب ی ه غیر موازی با قاعده مخروط

۳ یا آنکه قطر ب ی غیر موازی با قطر د ح محیط
ب ی ه دو ضلع ا ط ا ح از مثلث ا ط ح را
د که قاعدهٔ اش ~~ا ط ح از مثلث~~ قطر ط د
از قاعدهٔ مخروط است قطر ب ی را تنصیف و تقاطع بر قوائم نموده
مساوی قطع نموده ۴ یا آنکه قطر ب ی غیر موازی
با قطر د ح


با قطر د ح و محیط ب ی ه دو ضلع ا ط ا ح را
مختلف قطع نموده در هر صورت برهان
و عمل یکی میباشد بسبب آنکه
در صورت قسم اول بسبب تساوی زوایای خارجه و داخله
متقابله اب ی ا د ح   ا ه ح ا ح ه ا ح ه ا ه ی نظایر
در زاویهٔ مشترکه ا از هر مثلث از قطعهٔ بیضی ش از مخروطش به
و قاعدهٔ قطعهٔ مفروضه دایره است   و در صور دیگر قطع
ناقص یعنی سطح بیضی سطحی است یا مرکب از دو سطح دو نصف بیضی
سطح بقطر اطول مساوی قطر اطول قاعده و قطر متقاطع
بر قوائم با قطر اطول برهان مذکور و شکل چهارم از مقاله دوم
و در شکل سیزدهم از این مقاله مبین میشود شکل دوازدهم خواستیم



از مخروط اب ه ح مستدیر مایل

سطح قطعه اب ط د ه را معلوم

نمائیم از فصل مشترک سطح د ح و سهم اه خط ع ح ف موازی

ب ه ح رسم مینمائیم نصف مجموع دو ضلع اطول اب اه را

در نصف محیط دایره بقطر مساوی ع ح ف ضرب مینمائیم

(یا نصف ضلع اب را در نصف محیط ص ع ق ر یعنی ربع محیط

ع ص ف ق ر و نصف ضلع اد را در نصف محیط ص ف ق ر ضرب

مینمائیم) حاصل ضرب در طریق اول و مجموع دو حاصل ضرب در

طریق ثانی مساوی سطح بدن قطعه اب ط د ه مفروضه است

و در این شکل اختلاف وقوع است بسبب آنکه اول قطعه

مفروضه را اگر قطعه اع ص ف و قطع ع ح ف را موازی قطر ب ه

سطح قاعده

و سطح قاعده ع ص ف ق ر موازی قاعده ب ح ا ه دوم

آنکه با متوازی بودن ع ح ف ب ه ح سطح قاعده

ع ص ف ق ر با سطح ب ح ا ه غیر متوازی سوم آنکه چنانچه

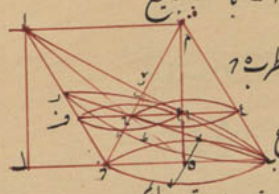
در شکل است قطر ب ح د با قطر ب ه ح غیر متوازی و سطح

ب ط د ه عمود بر سهم اح ه چهارم آنکه ب ح د با

ب ه ح غیر متوازی و سطح ب ط د ه با سهم اح ه تقاطع

غیر قوائم پنجم آنکه قطعه مفروضه اح ذ باشد در جمیع اقسام

برهان و عمل یکی میباشد برهان بر قطر ب ه ح



عمود ه م رسم و ه م مساوی ارتفاع

ا ل جدا ام ب م ح م ا را وصل و ح ع ف را امتداد دادیم

بضلع م ب ح و خط د ه ش موازی ب ه ح رسم نمودیم

و بشکل دوم از این مقاله که فرض میکنیم دو ضلع ا ه و ب متساوی و مثلث
ا ب ه متساوی الاضلاع است در صورت قسم اول قطعه
ا ع صه ف قه مخروط صغیر نسبته رمایل است و بشکل دوم از این مقاله
سطح ایش مساوی است با حاصل ضرب نصف مجموع دو ضلع اول
ا ع ا ف در نصف محیط دائرهٔ ع صه ف قه یعنی با مجموع حاصل
ضلع ا ع در نصف محیط قه ع صه یعنی در ربع محیط ع ف صه قه و نصف
ضلع ا ف در نصف محیط صه ف قه و نسبت محیط ع صه ف قه
بمحیط ب ح ک مثل نسبت قطر ع ح فیمابین قطر ب ک
پس نسبت مثلث ا ع ح بمثلث ا ب ه مثل نسبت سطح مجسم ا ع صه ح قه
بسطح مجسم ا ب ک ه ح است بشکل یک از مقاله الثانیه و بشکل ۱۵
از مقاله خامسه اصول و همچنین نسبت مثلث ا ف ح بمثلث
ا ه مثل نسبت

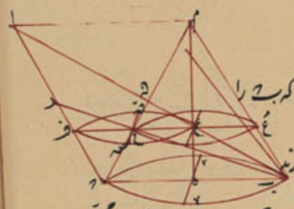


ا ه مثل نسبت سطح مجسم ا ف صه ح قه
بسطح مجسم ا ه ک ب ح است و اما
در صورت قسم دوم بشکل چهارم از مقاله دوم و بشکل دوم
از این مقاله دو ضلع ا ب د م یتقاطع بر قوائم نموده اند بر نقطه
و ب ه عمود است بر ضلع م ه و م ه ه ح



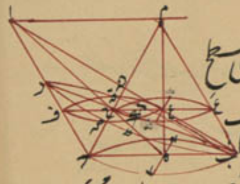
متساوی و از دو مثلث ا ب ه ح ا م
متساوی الاضلاع نسبت م ه به ه ح مثل نسبت خ د به د ا
و مثل نسبت م د به ا د یعنی ا د د ه متساوی و همچنین ا ف ح م
متساوی و نسبت ا ف به ف ح مثل نسبت ا ه به ه ح و مثل
نسبت م ع به ع ح و م ب به ب ه پس ع ح مساوی ف ح یعنی
مساوی ح ع و هریک از م ع و ا ف مساوی دو ثلث ه ح

مقطع ... ده سر کم ۵ و ا س ۱۲
۵۱۶ ...



یعنی مساوی هه ٤ باجزائی که ب ح را
١٤١ ٤ مرفوع مره محسوب دارند
و بشکل دوم از این مقاله سطح مجسم م ٢٧٥٧٢ و سطح مجسم
١٢٧٥٧ متساوی و بشکل چهارم از مقاله دوم سطح قطعه
مائله اب کطهه از مخروط مستدیر قائم اب ج ٢ مساوی
مضروب نصف مجموع دو ضلع م ب م ه در نصف محیط
در نصف محیط دائره بقطر غ ح یعنی مساوی مجموع مضروب نصف
ضلع م ب در ربع محیط همان دایره و مضروب نصف ضلع
م ه در ربع محیط همان دایره یعنی مساوی مجموع دو ثلث سطح
مجسم م ب ٥ ٧ و ثلث سطح مجسم م ٢٧٥٧٢ پس
مضروب نصف ضلع م ه در ربع محیط دائره بقطر غ ح و مضروب
نصف ضلع ا د

و مضروب نصف ضلع ا د در ربع محیط دائره بقطر ع ف
مساوی ثلث سطح مجسم م ه ع و سطح مجسم ا د ح مساوی
پس نسبت سطح مجسم م ه ع بسطح مجسم م ٥٦ مثل نسبت ثلث
م ه میباشد بثلث م ٥٦ یعنی نسبت سطح مجسم ا د ح بسطح مجسم ا و
و بشکل نوزدهم از مقاله سابعه اصول نسبت مضروب نصف ضلع
م ب در ربع محیط دائره بقطر غ ح یعنی در ربع محیط غ ح
دو ثلث محیط دائره ب ٢٦٧ یعنی در سدس محیط ب ٢٦٧ بالمضروب
نصف ضلع اب در همان ربع محیط دائره یعنی در سدس محیط دائره
ب ٢٦٧ مثل نسبت ضلع م ب میباشد بضلع اب و بهمان
دو شکل نسبت مضروب نصف ضلع م ب در ربع محیط ب ٢٦٧
یعنی مساوی سطح مجسم م ب ٥٧ بمضروب نصف اب در همان



ربع محیط دائره ب ح ه و نوع مساوی سطح
مجسم اب ه ط مثل نسبت ضلع م ب
میباشد بضلع اب پس نسبت سطح مجسم م ب ع بسطح مجسم
م ب ه ط مثل نسبت مضروب نصف ضلع اب در ربع محیط
دائره بقطر ع ح بسطح مجسم اب ه ط مثل نسبت مثلث م ب ع
بمثلث م ب ه یعنی مساوی نسبت مثلث اب ح بمثلث اب ه
پس قطعه اب ط د ح که قطعه مائله از مخروط مستدیر است سطحش
مساوی مضروب نصف مجموع دو ضلع اطول و اقصر اب اد
در نصف محیط ع ص ه ف ق ه ب است و نسبتش بسطح مخروط مائل از [illegible]
مثل مجموع دو نسبت دو مثلث اب ح اح د بدو مثلث اب ه
ا ه د نظیر بنظیر و در ق ا م دیگر بشکل ششم از مقاله دوم

نتیجه سطح بدن هر قطعه از مخروط مستدیر قائم یا مائل
مساوی است با حاصل ضرب نصف مجموع دو ضلع اطول
و اقصر از مثلثی که آن قطعه از دورانش حول محور سهم آن مخروط
حادث شود در نصف محیط دائره بقطر مساوی خطی که از
محل تقاطع قاعده قطعه مفروضه و سهم المخروط بموازات
قاعده المخروط از دو جانب سطح بدن مخروط ملتقی شود
شکل سیزدهم دو قطعه اب د ط ح اخ ز ح ه از مخروط مستدیر
مائل اب ح د که از دوران دو مثلث
متساوی اب د اخ ه حول محور



از سهم اخ ط ه از مخروط حادث شود مساوی الحجم [illegible]
برهان بشکل چهارم از مقاله دوم که در اسله اس [illegible]



قاعدهٔ ب ق ط د ه ح سطح بیضی

سطح قطر اطول ب ه و قطر

اقصر ح ه ق است و قطر اقصر ح ه ق مساوی نصف قطر ح ظ

از قاعدهٔ ح ن خ که موازی قاعدهٔ ب ه ا ست و هر یک

از دو مثلث ا ب د ا ح ن مساوی دوایر مساوی ا ت با مضروب

نصف قاعده در ارتفاع مثلث د ب متساوی بودن

دو مثلث ا ب د ا ح ن نسبت ارتفاع مثلث ا ب د بقاعده

ح ن مثل نسبت ارتفاع ا ط میباشد بقاعدهٔ ب د

و شکل چهارم از مقالهٔ اول رسالهٔ بیضی سطح بیضی

سطح حاصل میشود از ضرب نمودن نصف محیط قطر اقصر

در نصف قطر اطول و سطح دائره نیز مساوی است

[illegible]

با حاصل

با حاصل ضرب نصف محیطش در نصف قطر و شکل ه از مقالهٔ

خامسه اصول نسبت سطح بیضی سطح ب ق ط د ه ح بسطح

بالعرض مقالهٔ اول رسالهٔ [illegible] یعنی محیطه دوائر

دائرهٔ ح ن خ مثل نسبت قطر ب ه د میباشد بقطر ح ظ

و مضروب ثلث سطح بیضی سطح ب ق ط د ه ح در ارتفاع

قطعه یعنی در ارتفاع مثلث ا ب د یعنی مساوی حجم قطعه ا ر د ط

مساوی ا ت با مضروب ثلث سطح دائرهٔ ح ن خ در ارتفاع ا ظ

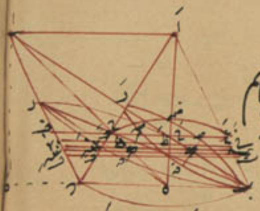
یعنی مساوی حجم قطعهٔ ا ح ن خ پس دو قطعه ا ب د ط و ا ح ن خ

متساوی الحجم میباشند و جهه توضیح برهان ب ه

عمود ه ا مساوی ا ه ارتفاع مثلث ا ب ه رسم نمودیم

ا ب ا ه را وصل یعنی شکل دوم از مقالهٔ ... دو مخروط مشترک

ا ب ه ح قائم و ا ب ه ح مایل یا ارتفاع متساوی



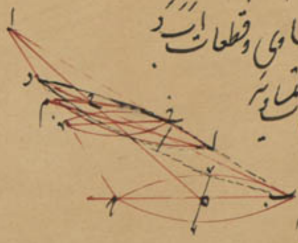
وقاعده واحده رسم شود فرض مینمایم
مثلث اب ه مثلث متساوی الاضلاع
وضلع اه مایل مساوی ب ه و اد اد هر یک مساوی
نصف اه و در دو نقطه ح سهم اح ه اح تقاطع نموده اند
خطوط ح ف ع ... ش ح ف بشکل چهارم
از مقاله دوم این رساله متوازیه و بین دو متوازی اا
د ب ه نسبت اح به اف از مخروط مایل مثل نسبت اح
به اف از مخروط قائم و نسبت اح به اط مثل نسبت اح به اط
نظیرش پس نصف قطر ف ح از قطعه قائمه مخروط قائم
ف ح از مخروط مایل یعنی دو عمود ط ح ط ح متساوی و همچنین
دو نصف قه قه متساوی پس براهین مذکوره دو قطعه

ا ب قه ط د س

اب قه ط د س ح ه اح ن خه متساوی الحجمین میباشند
شکل چهارم قطعاتی که از دوران مثلثات متساویه
زاویه مشترکه راس مخروطست پیدا شود و ضلع هر یک
از آن مثلثات از اضلاع آن مخروطست با اختلاف
ارتفاعات و قواعد قطعات مفروضه حجم شان متساوی
میباشد مثال قطعات اب د ال م



اح ن وغیرها از مخروطست بر قائم اب
که از دوران مثلثات متساویه اب د ال م اح ن حول محور اه
از سهم اه حادث شده حجم شان مساوی و قطعات اب د
ال م اح ن وغیرها که از دوران مثلثات متساویه
اب د ال م اح ن حول محور اه
از مخروط مایل ا ب ه



حادث شده مجسمان متساوی و هرگاه در این فرض
دو قاعده ب ح د ب ح د و دو ارتفاع اه اه از
دو مخروط متساوی باشد حجم جمیع قطعات مفروضه
از دو مخروط متساوی است برهانش را رجوع کنید
بشکل چهارم و شکل ششم از مقاله دوم و شکل متقدم

در اواخر شهر جمادی الاولی
سنه ۱۳۰۲ ناقصه هجریه علی هاجرها
آلاف التحیة و الثناء
صورت اتمام
یافت

پیاده مجرد با مخروط مفروض ب ج د و مجسم

محمود